

第二十二屆  國際數學競賽台灣區複賽
22nd International Mathematics Contest (Taiwan)

國
小
六
年
級
試
卷

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分
《考試時間尚未開始請勿翻閱》

考生姓名：_____ 准考證號碼：_____ 試題總分：_____

◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，並減少塗改，請保持答案清楚!								
◎計算題需要在試題空白處列出運算過程，只寫答案沒有運算過程不計算成績!								
選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	C	C	A	A	B	D
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	1260	140	35	54	$5\frac{1}{2}$	19	150	438

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

1. Let a be a positive integer. The positive divisor of a , arranged in increasing order, are 1, 2, 3, 6, 7, x , y , z . Which of following statements is correct? (A) $a=84$ (B) $x=14$ (C) $y=18$ (D) $z=48$

<解析>

正因數=1, 2, 3, 6, 7, x , y , z $\rightarrow 1 \times z = 2 \times y = 3 \times x = 6 \times 7 = 42$, $z=42$ 、 $y=21$ 、 $x=14$ ，選 B。

2. 商店有鋼筆、筆記本和鉛筆三種文具。已知鋼筆的數量是筆記本的 $\frac{3}{2}$ 倍，鉛筆的數量比鋼筆數量的 $\frac{2}{3}$ 還多 4 支，三種文具一共有 95 支，那麼鉛筆有_____支。(A)29 (B)30 (C)31 (D)32

<解析>

設筆記本數量= $2a$ ，鋼筆= $3a$

則鉛筆數量= $3a \times \frac{2}{3} + 4 = 2a + 4$

$2a + 3a + 2a + 4 = 95$ ， $7a = 91$ ， $a = 13$

故鉛筆= $13 \times 2 + 4 = 30$ ，選 B。

3. 小臻有一條銅線，準備用來製作花瓶，她先截去全長的 $\frac{1}{5}$ ，再截去剩餘部分的 $\frac{1}{6}$ ，最後尚餘 10 公尺。求銅線原長之列式為何?

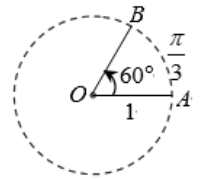
(A) $10 \div (1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{6})$ (B) $10 \times (1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{6})$ (C) $10 \div [(1 - \frac{1}{5}) \times (1 - \frac{1}{6})]$ (D) $10 \div [(1 - \frac{1}{5}) \div (1 - \frac{1}{6})]$

<解析>

設銅線原長□公尺

$\square \times [(1 - \frac{1}{5}) \times (1 - \frac{1}{6})] = 10 \rightarrow \square = 10 \div [(1 - \frac{1}{5}) \times (1 - \frac{1}{6})]$ ，選 C。

4. 如圖，在半徑為 1 的圓中， 60° 角所對的弧 AB 長為 $\frac{\pi}{3}$ 。可以發現角度發生變化時，弧長也隨角度變化，這樣角度與弧長之間存在著一一對應的關係。如果弧長為 1.57 時，那對應的角度為_____。 $(\pi$ 取 3.14) (A) 45° (B) 75° (C) 90° (D) 120°



<解析>

$$1 \times 2 \times \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi = 1.57, \quad \frac{\theta}{180^\circ} \times 3.14 = 1.57, \quad \frac{\theta}{180^\circ} = \frac{1}{2}, \quad \theta = 90^\circ, \quad \text{選 C。}$$

<另解>

$$1.57 = \frac{3.14}{2} = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{\theta} \times \frac{\pi}{60}, \quad \frac{\pi}{3} \times \theta = \frac{\pi}{2} \times 60, \quad \theta = 90^\circ$$

5. 一顆標準骰子連續投擲四次，已知四次出現的點數乘積為 45，若骰子任一面的點數與其相對面的點數之和為 7，求這四次投擲中，其相對面點數的乘積為何? (A)192 (B)240 (C)144 (D)72

<解析>

$$45 = 3 \times 3 \times 5 = 1 \times 3 \times 3 \times 5 \rightarrow \text{相對面點數依序為 } 6 \times 4 \times 4 \times 2 = 192, \quad \text{選 A。}$$

6. 學校要修一段圍牆，由工匠甲、乙、丙合作完成。已知甲單獨做比丙單獨做提早 8 天，乙工效是甲工效的 $\frac{3}{4}$ ，丙工效是乙工效的 $\frac{4}{5}$ 。如果按甲、乙、丙、甲、乙、丙、.....循環工作，每人每次工作 1 天，那麼 2026 年 2 月 25 日開始施工，圍牆完工的日期為 3 月 _____日。(A)11 (B)12 (C)13 (D)14

<解析>

$$\text{甲單獨完成需 } 8 \div \left(1 - \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}\right) = 20 \text{ 天, 乙} = 20 \times \frac{3}{4} = 15 \text{ 天, 丙} = 15 \times \frac{4}{5} = 12 \text{ 天}$$

設甲工效為 3，乙工效為 4，丙工效為 5

$$60 \div (3+4+5) \times 3 = 15 \text{ 天}$$

則完工日期為 3 月 $15 - 4 = 11$ 日，選 A。

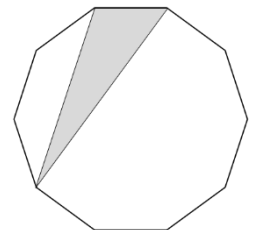
7. 有一件工程，若由甲單獨完成需 36 天，由乙單獨完成需 24 天。若甲、乙兩人同時合作，則至少需要多少個整天才能做完此工程? (A)16 (B)15 (C)14 (D)13

<解析>

$$\text{甲一天獨做 } 1 \div 36 = \frac{1}{36}, \quad \text{乙一天獨做 } 1 \div 24 = \frac{1}{24}$$

$$\square \times \left(\frac{1}{36} + \frac{1}{24}\right) = 1, \quad \square = 1 \div \left(\frac{2}{72} + \frac{3}{72}\right) = 1 \div \frac{5}{72} = \frac{72}{5} = 14\frac{2}{5} \rightarrow \text{至少要 15 天, 選 B。}$$

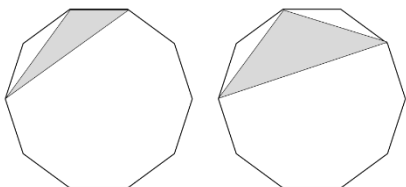
8. In a regular decagon (正十邊形), triangles are formed by choosing any three of its vertices (頂點). The number of obtuse triangles (鈍角三角形) is _____。(A)57 (B)58 (C)59 (D)60



<解析>

一個端點為鈍角頂點，共有 $3+2+1=6$ 個鈍角三角形

共有 $6 \times 10 = 60$ 個，選 D。



二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. 阿德利用暑假打工，平日每天工作 5.5 小時，日薪為 1155 元；若週六工作，其時薪是平日時薪的 1.5 倍。若阿德在某個週六工作 4 小時，他在該日可以領取_____元。

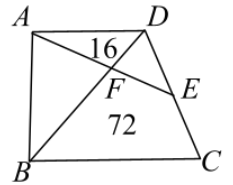
<解析>

$$1155 \div 5.5 = 210$$

$$210 \times 1.5 = 315$$

$$315 \times 4 = 1260$$

2. In trapezoid $ABCD$ with $AD \parallel BC$, point E is the midpoint of CD . Segments AE and BD intersect at point F . Given that the area of triangle ADF is 16, and the area of quadrilateral $BCEF$ is 72. The area of trapezoid $ABCD$ is _____.

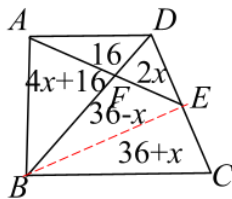


<解析>

設 $\triangle DEF$ 的面積為 $2x$ ，連接 BE

$$\text{得 } 2x \times (4x+16) = 16 \times (36-x), x=4$$

$$\text{梯形面積為 } (6 \times 3 + 52) \times 2 = 140$$



3. 一枝紅豆冰棒和一枝桂圓冰棒的價錢比 3:4。小新購買了 5 枝紅豆冰棒和 3 枝桂圓冰棒共支付 135 元。請問小芳若買一枝紅豆冰棒和一隻桂圓冰棒，需支付_____元。

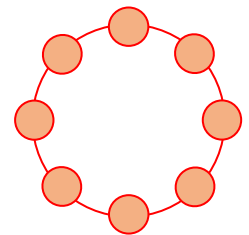
<解析>

$$3 \times 5 + 4 \times 3 = 27$$

$$135 \div 27 = 5$$

$$5 \times (3+4) = 35$$

4. In how many distinct ways can the numbers 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3 be arranged in a circle, where rotations are considered the same? _____ ways.



<解析>

$$1、1、1、1、2、2、3、3 \text{ 有 } C_4^8 \times C_2^4 = 70 \times 6 = 420 \text{ 種}$$

$$\text{考慮 } 1、1、2、3、1、1、2、3 \text{ 有 } C_2^4 \times 2 = 6 \times 2 = 120 \text{ 種}$$

$$\text{共有 } (420+120) \div 8 = 54 \text{ 種}$$

5. 計算： $\left(\frac{1}{2}+1\right) \times \left(\frac{1}{3}+1\right) \times \left(\frac{1}{4}+1\right) \times \dots \times \left(\frac{1}{10}+1\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

<解析>

$$\text{原式} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{11}{10} = 5 \frac{1}{2}$$

6. 甲、乙、丙三瓶鹽水各有 30 克、40 克、20 克。這三瓶鹽水混合後濃度為 16%，又知甲比乙濃度高 12%，甲比乙、丙混合濃度高 9%。那麼丙的濃度為_____ %。

<解析>

$$\text{設乙、丙混合濃度為 } a, \text{ 甲} = a+9, \text{ 乙} = a+9-12 = a-3$$

$$30(a+9) + 60a = 16 \times (30+40+20) = 1440$$

$$90a = 1170, a = 13, \text{ 則甲} = 13+9 = 22, \text{ 乙} = 13-3 = 10$$

$$40 \times 10 + 20 \times \text{丙} = 13 \times 60, \text{ 丙} = (780-400) \div 20 = 19 (\%)$$

7. 王叔叔準備了一百多個餡餅，如果每 7 個餡餅裝一盒，會還差 4 個才剛好裝滿盒子。如果每 11 個餡餅裝一盒，也是還差 4 個才剛好裝滿盒子，請問王叔叔準備了_____個餡餅。

<解析>

7 和 11 的公倍數為 77

7 和 11 的公倍數:77、154、231、...

$154-4=150$ ，準備了 150 個

8. 某快遞公司的智能機器人在配送包裹時，需要輸入一個三位數的"配送密碼"才能解鎖貨倉。已知這個密碼加上 2 是 5 的倍數，減去 4 是 7 的倍數，且被 9 除餘 6。又知這個密碼有 8 個因數，那麼密碼為_____。

<解析>

5 的倍數: 尾數不是 0 或 5，密碼的尾數+2=0 或 5，則密碼的尾數為 8 或 3

$A+B+8-6=9$ 的倍數， $A+B+2=9$ ， $A+B=7$ 或 $A+B+2=18$ ， $A+B=16$

$A+B+3-6=9$ 的倍數， $A+B-3=9$ ， $A+B=12$ 或 $A+B-3=18$ ， $A+B=21$ (不合)

① $A+B=7$ ，密碼 708、618、528、438、348、258、168

→704、614、524、434、344、254、164 則 7 的倍數為 434 則密碼為 438($2 \times 3 \times 73$)有 8 個因數

② $A+B=7$ ，密碼 703、613、523、433、343、253、163

→699、609、519、428、335、249、159 則 7 的倍數為 609 則密碼為 613(1×613)有 2 個因數

③ $A+B=16$ ，密碼 978、888、798

→974、884、794 皆非 7 的倍數

④ $A+B=16$ ，密碼 973、883、793

→969、879、789 皆非 7 的倍數

⑤ $A+B=12$ ，密碼 938、848、758、668、578、488、398

→934、844、754、664、574、484、394 則 7 的倍數為 644、574 則密碼為 668($2 \times 2 \times 167$) 有 6 個因數、
578($2 \times 17 \times 17$) 有 6 個因數

⑥ $A+B=12$ ，密碼 933、843、753、663、573、483、393

→929、839、749、659、569、489、389 則 7 的倍數為 749 則密碼為 753(3×251) 有 4 個因數、
密碼為 438

三、計算題(每題 10 分，共 20 分)

1. 將一個圓柱體展開後，得到如下三個圖形: 兩個圓形(上下底面)及一個長方形(側面展開)。已知三個圖形的周長總和為 145.6 公分，且長方形的寬等於圓的直徑，請問:

(1)長方形的寬邊是多少公分? (4 分)

(2)此圓柱體的體積是多少立方公分? (3 分)

(3)此圓柱體的表面積是多少平方公分? (3 分)

<解析>

(1) 設長方形的寬邊=□公分，則圓的直徑=□公分

$$\square \times 3.14 \times 2 + \square \times 2 = 145.6$$

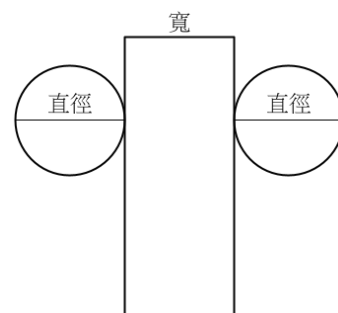
$$\square \times (6.28 + 2) = 145.6$$

$$\square = 145.6 \div 8.28 = 10 \text{ (公分)}$$

(2)圓的半徑=10÷2=5

圓柱體體積=5×5×3.14×10=785 (立方公分)

(3)圓柱體表面積=5×5×3.14×2+10×10×3.14=3.14×(50+100)=3.14×150=471 平方公分



2. 甲、乙從 A 地，丙從 B 地三人同時出發，相向而行。甲、丙相遇時，甲、乙相距 90 公里；乙、丙相遇時，甲、丙相距 120 公里。甲到達 B 地時，丙距 A 地 90 公里，那麼丙到達 A 地時，乙距 B 地還有_____公里。

<解析>

甲、乙的速度差固定。甲、丙相遇前的時間是甲、丙相遇到乙、丙相遇的時間的 $90 \div (120 - 90) = 3$ 倍，AB 兩地相距 $120 \times \frac{1}{3} = 40$ 公里，甲速:丙速為 $360 : (360 - 90) = 4 : 3$

甲、丙相遇時，甲行 $360 \div (4 + 3) \times 4 = \frac{4}{7} \times 360$ 公里，甲速:乙速的 $\frac{4}{7} \times 360 : (\frac{4}{7} \times 360 - 90) = 16 : 9$ 倍

甲速:乙速:丙速 = 16:9:12

丙到達 A 時，乙距 B 地還有 $360 - 360 \div 12 \times 9 = 90$ 公里