

第二十二屆  國際數學競賽台灣區複賽  
22nd International Mathematics Contest (Taiwan)

國  
小  
五  
年  
級  
試  
卷

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分  
《考試時間尚未開始請勿翻閱》

考生姓名：\_\_\_\_\_ 准考證號碼：\_\_\_\_\_ 試題總分：\_\_\_\_\_

◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，並減少塗改，請保持答案清楚!								
◎計算題需要在試題空白處列出運算過程，只寫答案沒有運算過程不計算成績!								
選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	B	A	C	B	D
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	1470	36	$\frac{1}{120}$	35	315	950	2360	10

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

1. Find all **simplest proper fractions** whose numerator and denominator have a product of 60. Arrange these fractions in increasing order. What is the third fraction in this list? (A)  $\frac{1}{60}$  (B)  $\frac{3}{20}$  (C)  $\frac{4}{15}$  (D)  $\frac{5}{12}$

<解析>

$$60=1 \times 60=2 \times 30=3 \times 20=4 \times 15=5 \times 12=6 \times 10$$

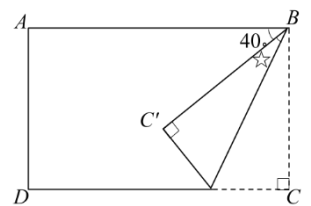
所以真分數為  $\frac{1}{60}$ 、 $\frac{2}{30}$ 、 $\frac{3}{20}$ 、 $\frac{4}{15}$ 、 $\frac{5}{12}$ 、 $\frac{6}{10}$  → 最簡真分數為  $\frac{1}{60}$ 、 $\frac{3}{20}$ 、 $\frac{4}{15}$ 、 $\frac{5}{12}$ ，第三個是  $\frac{4}{15}$ ，選 C。

2. 甲、乙兩人從 A、B 兩地同時出發，相向而行。第一次相遇時距離 A 地 360 公尺，相遇後各自繼續前行，到達對方出發地都立即把速度提高到原速的 1.5 倍，第二次相遇距離 B 地 300 公尺，那麼 A、B 兩地相距多少公尺? (A)750 (B)760 (C)770 (D)780

<解析>

$$360 \times (2+1 \div 1.5) - 300 \div 1.5 = 760, \text{ 選 B。}$$

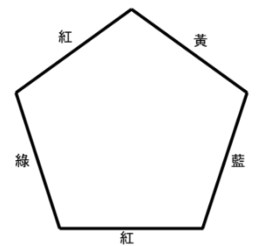
3. 已知長方形 ABCD，將其中一個角 C 摺起來如圖所示，求圖中標記的角☆的角度是\_\_\_\_\_度。(A)40 (B)50 (C)20 (D)25



<解析>

$$\star \times 2 + 40 = 90, \star = (90 - 40) \div 2 = 25 \text{ 度}$$

4. 用紅、黃、藍、綠四種顏色給正五邊形的邊染色(顏色可以重複，且不一定全用)。這樣顏色不同的正五邊形共有\_\_\_\_\_種。(旋轉、翻轉相同算一種) (A)134 (B)136 (C)138 (D)140



<解析>

① (1)(2)(3)(4)(5)，有  $4^5$  種

② 翻轉情況: (12)(35)(4)，有  $5 \times 4^3$  種

③ 旋轉情況: (12345)，有  $5 \times 4^3$  種

共計  $(4^5 + 5 \times 4^3 + 5 \times 4^3) = 136$  種，選 B。

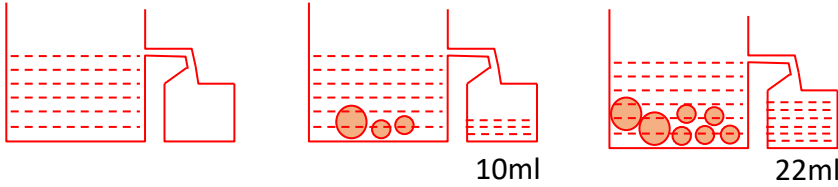
5. 某食品公司進口了 18.6 公噸的黃豆。用來製作沙拉油的黃豆有 10.8 公噸，用來製作豆腐的黃豆有 5765 公斤，請問剩下多少公斤的黃豆? (A)2035 (B)203.5 (C)1935 (D)193.5

<解析>

18.6 公噸=18600 公斤，10.8 公噸=10800 公斤

18600-10800-5765=2035 公斤，選 A。

6. 如圖，開始水槽中的水到達水孔處，放入的大球相同，小球也相同排出的水量分別為 10 ml 和 22 ml。那麼放入 5 個大球與 6 個小球排出的水量為\_\_\_\_\_ml。(A)40 (B)41 (C)42 (D)43



<解析>

$22-20=2$ ， $2\div 1=2$ ， $10-2\times 2=6$

$6\times 5+6\times 2=42$ ，選 C。

7. 有一隻蝸牛在一口深 50 公尺的井底往上爬:

第一天: 它向上爬 8 公尺。 第二天: 休息，但會向下滑了 3 公尺。

第三天: 再向上爬 8 公尺。 第四天: 休息，又向下滑 3 公尺。

蝸牛按照這樣的規律每天進行交替爬升與滑落，請問蝸牛第幾天才能爬到井口? (A)18

(B)19 (C)20 (D)21

<解析>

$50-8=42$

$42\div (8-3)=8\dots 2$

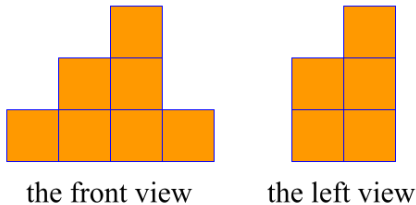
$(8+1)\times 2+1=19$ ，第 19 天，選 B。

<另解>

$(8-3)+(8-3)+(8-3)+\dots+(8-3)+8=53$ ，所以  $18+1=19$  天

9 次(18 天) $\rightarrow 45$

8. As shown in the figure, 12 unit cubes are placed on a table. The front view and the left view are given. The number of different possible top views is \_\_\_\_\_. (A)1 (B)2 (C)3 (D)4



<解析>

$12=(1+2+3+1)+5$

$5=4+1=3+2$

4+1 有 2 種；3+2 有 2 種，共有 4 種，選 D。

## 二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

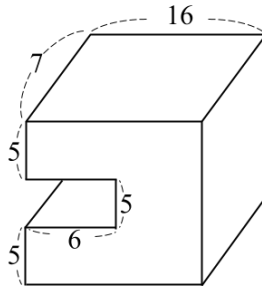
1. 右圖柱體的體積是\_\_\_\_\_立方公分。

<解析>

$$16 \times 7 \times (5+5+5) = 1680$$

$$6 \times 5 \times 7 = 210$$

$$1680 - 210 = 1470$$



2. 使用撲克牌中的紅心 2 到紅心 10 (共 9 張牌)。從中選出一張牌作為分子，剩下的其餘 8 張牌可作為分母，分子必須比分母小，一共能擺出\_\_\_\_\_個比 1 小的分數。

<解析>

①用 10 當分母，分子可放 2~9，共 8 種

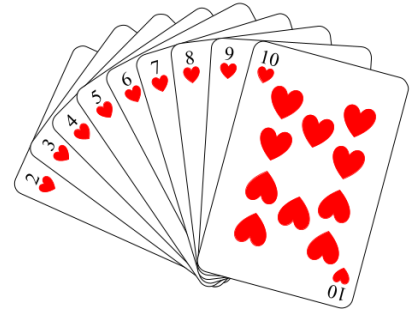
②用 9 當分母，分子可放 2~8，共 7 種

③用 8 當分母，分子可放 2~7，共 6 種

.....

⑨用 2 當分母，分子可放 1，共 1 種

共有  $8+7+6+\dots+2+1=36$  個



3.  $x$ 、 $y$  是正整數，若  $x-y=6$ ， $xy=720$ ，則  $\frac{1}{y}-\frac{1}{x}=\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化成最簡分數)

<解析>

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{x-y}{xy} = \frac{6}{720} = \frac{1}{120}$$

4. The smallest positive integer that leaves a remainder of 3 when divided by 4, a remainder of 5 when divided by 6, and a remainder of 8 when divided by 9 is \_\_\_\_\_.

<解析>

$$[4, 6, 9] = 36$$

$36-1=35$ ，最小正整數值是 35

5. 計算  $45 \times 128 - 15 \times (6 \times 8 + 7 \times 9) - 135 \times 28 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

<解析>

$$\text{原式} = 45 \times (128 - 16 - 21 - 84) = 45 \times 7 = 315$$

6. 甲、乙兩個瓶子共有 650 毫升的水，如果乙給甲倒滿，則乙瓶中的水占乙瓶容量的  $\frac{1}{3}$ ；如果甲給乙倒滿，則甲瓶中的水占甲瓶容量的  $\frac{2}{5}$ ，那麼兩個瓶子總容積為\_\_\_\_\_毫升。

<解析>

$$650 - \text{甲瓶容量} = \text{乙瓶容量} \times \frac{1}{3}, 1950 - 3 \text{ 甲} = \text{乙}$$

$$650 - \text{乙瓶容量} = \text{甲瓶容量} \times \frac{2}{5}, 3250 - 5 \text{ 乙} = 2 \text{ 甲}$$

$$3250 - 5 \times (1950 - 3 \text{ 甲}) = 2 \text{ 甲}, 3250 - 9750 + 15 \text{ 甲} = 2 \text{ 甲}, 13 \text{ 甲} = 6500, \text{甲} = 500$$

$$\text{乙} = 1950 - 1500 = 450$$

$$\text{甲} + \text{乙} = 500 + 450 = 950$$

7. The perimeter of a class of rectangles is 60, and all side lengths are integers.

The sum of the areas of all such rectangles is \_\_\_\_\_.

<解析>

$$60 \div 2 = 30$$

$$\text{長} + \text{寬} = 30 \rightarrow 30 = 1 \times 29 + 2 \times 28 + 3 \times 27 + \dots + 15 \times 15$$

$$n(30-n) = 30n - nx \times n \rightarrow 30 \times \frac{1+15}{2} - 15 \times \frac{15 \times 16 \times 31}{6} = 3600 - 1240 = 2360$$

8. 一個數  $n$  的三次方(例如:  $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ ), 等於  $n$  個連續奇數之和的形式 (例如:  $1^3 = 1$ ,  $2^3 = 3 + 5$ ,  $3^3 = 7 + 9 + 11$ )。如果這  $n$  個奇數中有一個是 99, 那麼  $n =$  \_\_\_\_\_。

<解析>

$$1^3 = 1, 2^3 = 3 + 5, 3^3 = 7 + 9 + 11, 4^3 = 13 + 15 + 17 + 19, 5^3 = 21 + 23 + 25 + 27 + 29, \dots$$

每個奇數僅在一組, 且奇數不間斷, 不重複。

99 是第  $(99+1) \div 2 = 50$  個奇數

$$1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 5 \times 9 = 45, 45 + 10 = 55, 45 < 50 < 55$$

所以 99 在第 10 組,  $n = 10$

### 三、計算題(每題 10 分, 共 20 分)

1. 桌上有甲、乙兩支蠟燭同時燃燒。甲蠟燭原長 30 公分, 每 3 分鐘燒掉 2 公分; 乙蠟燭原長 24 公分, 每 6 分鐘燒掉 3 公分, 蠟燭都以固定速度燃燒, 且不會中途熄滅。

(1) 請問點燃後經過多少分鐘, 兩支蠟燭的長度會一樣? (3 分)

(2) 當兩支蠟燭長度一樣時, 每一支蠟燭的長度是多少公分? (3 分)

(3) 如果甲蠟燭比乙蠟燭早 6 分鐘燃燒, 經過多少分鐘, 兩支蠟燭的長度會一樣? (4 分)

<解析>

$$(1) \text{甲: } 3 \div 6 = \frac{1}{2} \text{ 公分/分鐘, 乙: } 2 \div 3 = \frac{2}{3} \text{ 公分/分鐘}$$

$$(30-24) \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) = 6 \div \frac{1}{6} = 36 \text{ (分鐘)}$$

$$(2) \text{蠟燭長度} = 30 - \frac{2}{3} \times 36 = 30 - 24 = 6 \text{ (公分)}$$

$$(3) 30 - 6 \times \frac{2}{3} = 26, (26-24) \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) = 2 \div \frac{1}{6} = 12 \text{ (分鐘)}$$

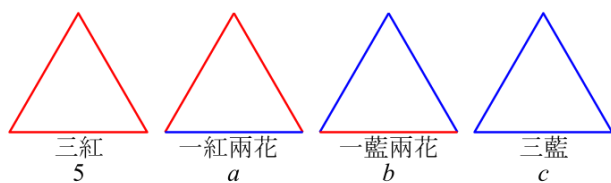
2. 一次聚會共有 9 人參加, 每個人都恰好認識 4 人, 現在任意 3 人分成一組, 其中有 5 組 3 人互相認識, 那麼有 \_\_\_\_\_ 組 3 人中只有 2 人互相認識。

<解析>

設 9 人為 A、B、C、D、E、F、G、H、I, 兩人認識連條紅線段, 兩人不認識連條藍線段。已知紅色三角形有 5 個, 那麼一紅兩藍的三角形有多少個?

① 每點連 4 條紅線段, 4 條藍線段。

② 每個頂點處, 可以得到紅色角 6 個, 藍色角 6 個, 花色角  $4 \times 4 = 16$  個



$$\textcircled{3} a = 9 \times 6 - 5 \times 3 = 39, b = (16 \times 9 - 39 \times 2) \div 2 = 33, c = (6 \times 9 - 33) \div 3 = 7$$

所以三人組中, 只有 2 人互相認識的共 33 組。

