

# 第二十一屆 國際數學競賽台灣區初賽

## 21th International Mathematics Contest (Taiwan)

### 國中一年級組

考生姓名		試題	
准考證號碼		總分	

◎參賽學生請將試題答案填寫到答案表內。

◎計算題需在試題空白處列出計算過程，只寫答案沒有計算過程，不予計分。

### 選擇題答案區

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

考試時間:60 分鐘 卷面總分:300 分

《考試時間尚未開始請勿翻閱》

## 一、選擇題(每題 10 分，共 250 分)

1. 設甲、乙互為相反數，且 $|甲|=3$ ，則下列哪一個正確? (A) $|甲|+|乙|=0$  (B) $甲>0$  (C) $甲<0$   
(D) $|甲|=|乙|$

<解析>

$|甲|+|乙|=6$ ； $|甲|=3$ ， $甲=3$  或  $-3$

故 $|甲|=|乙|$ ，選 D。

2. 細菌每 20 分鐘分裂一次，每 1 隻細菌每次分裂成 2 隻，今盒中有 3 隻細菌，經過 100 分鐘後，盒中的細菌有多少隻? (A)15 (B)30 (C)48 (D)96

<解析>

$100 \div 20 = 5 \dots$  分裂五次

$3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 96$

選 D。

3. 設 $a=2^{\square} \times 3^2 \times 5^2 \times 7^4$  且 36 是  $a$  的因數，56 不是  $a$  的因數，求 $\square=?$  (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

<解析>

$36=2^2 \times 3^2$ ， $\square=2、3、4、5 \dots$

$56=2^3 \times 7$ ， $\square=0、1、2$

$\square=2$ ，選 B。

4. 若想在長 1800 公尺的道路兩側，從路的一端開始，在每一側每隔 18 公尺種一棵樹，每 12 公尺設置一盞路燈，則在這條道路兩側同時種樹又設置路燈之處共有多少個?  
(A)51 (B)102 (C)50 (D)100

<解析>

(1) 路的一端，若兩端都有放置及種植  $[12, 18]=36$ ， $1800 \div 36 = 50$ ， $(50+1) \times 2 = 102$ ，選 B。

(2) 路的一端，若一端有放置及種植  $[12, 18]=36$ ， $1800 \div 36 = 50$ ， $50 \times 2 = 100$ ，選 D。

此題選 B 或 D。

5. 龜兔賽跑，當兔子跑到 B 地時，就停下來睡覺，到醒來時，烏龜已跑到 C 地，兔子



追到 C 地時，烏龜恰到終點 D，請問兔子的速度是烏龜的幾倍? (A)6 (B)8 (C)9 (D)15

<解析>

兔子:  $15-6=9$ ，烏龜:  $16-15=1$

速度:  $9 \div 1 = 9$ ，選 C。

6. There is a rectangle with a length of  $4^5$  cm and a width of  $4^4$  cm. The area of the rectangle is  $2^a$  cm<sup>2</sup> and the perimeter is  $10 \times 2^b$  cm. Then  $a+b=?$  (A)24 (B)25 (C)26 (D)27

<解析>

$$\text{面積} = 4^5 \times 4^4 = 2^{10} \times 2^8 = 2^{18} = 2^a, a=18$$

$$\text{周長} = (4^5 + 4^4) \times 2 = (4+1) \times 4^4 \times 2 = 10 \times 2^8 = 10 \times 2^b, b=8$$

則  $a+b=18+8=26$ ，選 C。

7. 已知 65.4 公克的鋅，約含有  $6 \times 10^{23}$  個鋅原子，請問 130.8 公克的鋅，大約含有多少個鋅原子? (A) $1.2 \times 10^{22}$  (B) $1.2 \times 10^{23}$  (C) $1.2 \times 10^{24}$  (D) $1.2 \times 10^{25}$

<解析>

$$130.8 \div 65.4 = 2$$

$$6 \times 10^{23} \times 2 = 12 \times 10^{23} = 1.2 \times 10^{24}, \text{選 C。}$$

8. 觀察數列  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{5}, \dots$  的規律，則  $\frac{13}{29}$  為第幾項?  
(A)419 (B)420 (C)421 (D)422

<解析>

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \dots, \frac{28}{28}, \text{共 } 1+2+3+4+\dots+28 = \frac{28 \times 29}{2} = 406 \text{ 項}$$

$$\therefore \frac{1}{29}, \frac{2}{29}, \frac{3}{29}, \dots, \frac{13}{29} \therefore \frac{13}{29} \text{ 為 } 419 \text{ 項，選 A。}$$

9.  $2003 \times 2004$  is equal to which of the following expressions? (A) $2003 \times 2003 + 1$  (B) $2003 \times 2003 + 2004$  (C) $2004 \times 2004 - 1$  (D) $2004 \times 2004 - 2004$

<解析>

$$\text{原式} = (2004-1) \times 2004 = 2004 \times 2004 - 2004, \text{選 D。}$$

10. 依英文字母順序，設每一個字母代表一個從 1 開始的連續正整數，即  $a=1$ 、 $b=2$ 、 $c=3$ 、 $\dots$ 、 $z=26$ ，求  $(a-24) \times (b-24) \times (c-24) \times \dots \times (z-24) = ?$

(A)0 (B) $2^{26}$  (C) $23 \times 22 \times 21 \times \dots \times 2 \times 1$  (D) $-23 \times 22 \times 21 \times \dots \times 2 \times 1$

<解析>

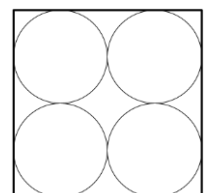
當  $x=24$  時

$$\text{原式} = (1-24) \times (2-24) \times (3-24) \times \dots \times (24-24) \times (25-24) \times (26-24) = 0$$

選 A。

11. 若右圖每個圓的半徑都是 12 公分，則大正方形的周長是多少公分?

(A)174 (B)184 (C)192 (D)162



<解析>

$$12 \times 4 = 48$$

$$48 \times 4 = 192$$

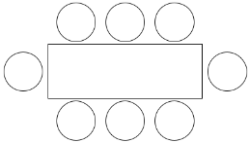
選 C。

12. 若  $N+N=M+M+M+M$ ，則  $\frac{M+N}{N-M}=?$  (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

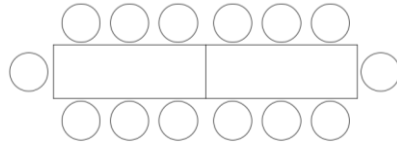
$$N+N=M+M+M+M \rightarrow N=M+M$$

$$\text{原式} = \frac{M+M+M}{M+M-M} = 3, \text{ 選 C。}$$

13. 13. 一張長桌可以坐 8 人，如圖(一)，依照圖(二)的方式合併桌子，算算看，若 15 張長桌合併起來，可以坐多少人? (A)92 (B)82 (C)94 (D)84



(圖一)



(圖二)

<解析>

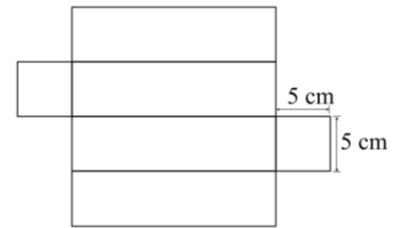
$$\text{一張桌子} = 6 + 2 = 8$$

$$\text{二張桌子} = 12 + 2 = 14$$

$$\text{每多一張桌子，多了 } 14 - 8 = 6$$

$$\text{故 } 15 \text{ 張桌子} = 8 + (15 - 1) \times 6 = 8 + 84 = 92, \text{ 選 A。}$$

14. 有一個長方體紙盒的展開圖如右，紙盒的表面積是 310 平方公分，那麼這個長方體紙盒的長是多少公分? (A)10 (B)11 (C)12 (D)13



<解析>

$$310 - 5 \times 5 \times 2 = 260$$

$$260 \div (4 \times 5) = 13, \text{ 選 D。}$$

15. 子芸練習投籃 150 球，她的進球率是 38%，如果她再投 50 球，至少要再進幾球，進球率才會達到 40%? (A)22 (B)23 (C)24 (D)25

<解析>

$$150 \times 0.38 = 57$$

$$(150 + 50) \times 0.4 = 80$$

$$80 - 57 = 23$$

選 B。

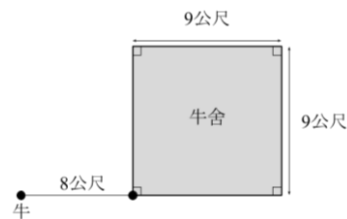
16. 足球的成本是 250 元，現以 300 元出售，賺得百分率約是多少? (A)120% (B)20% (C)17% (D)50%

<解析>

$$300 - 250 = 50$$

$50 \div 250 \times 100\% = 20\%$ ，選 B。

17. 用一條長 8 公尺的繩子把一頭牛栓在牛舍的角落，如右圖，這頭牛能活動的面積大約是幾平方公尺？(A)141 (B)151 (C)161 (D)171



<解析>

$$360 - 90 = 270$$

$$8 \times 8 \times 3.14 \times \frac{270}{360} = 150.72 \approx 151$$
，選 B。

18. 某班學生去班遊，共有 45 人，其中 20 人住雙人房，12 人住三人房，其餘的住單人房，試問共需要多少個房間？(A)27 (B)13 (C)14 (D)25

<解析>

$$20 \div 2 = 10, 12 \div 3 = 4$$

$$45 - 20 - 12 = 13$$

$$10 + 4 + 13 = 27$$
，選 A。

19. 阿喜將他所有存款的  $\frac{2}{7}$  買滑鼠， $\frac{1}{5}$  買一支桌球拍，還剩下 360 元，則阿喜原有多少元？(A)1600 (B)1400 (C)800 (D)700

<解析>

設原有  $\square$  元

$$\square \times (1 - \frac{2}{7} - \frac{1}{5}) = 360, \square \times \frac{18}{35} = 360$$

$$\square = 360 \div \frac{18}{35} = 700$$
，選 D。

20. 有一個三位數，其百位、十位、個位數字分別為 1、 $a$ 、 $b$ ，若此數與 72 的最大公因數為 12，則  $a+b$  可能為何？(A)6 (B)11 (C)7 (D)10

<解析>

$$\textcircled{1} 72 = 12 \times 6$$

$$\textcircled{2} 1ab = 12 \times 11 = 132 \rightarrow a+b = 3+2 = 5$$

$$= 12 \times 12 = 144$$

$$= 12 \times 13 = 156 \rightarrow a+b = 5+6 = 11$$

$$= 12 \times 14 = 168$$

選 B。

21. If  $a = 9874 \times 9877$ ,  $b = 9875 \times 9876$ , which of the following is correct?

(A)  $a > b$  (B)  $a < b$  (C)  $a = b$  (D)  $b - a = 3$

<解析>

當  $2 \times 3 = 6$ ， $1 \times 4 = 4$ ，兩數和固定，相乘兩數之差越小，其乘積越大

則  $a = 9874 \times 9877$ ， $b = 9875 \times 9876$ ， $a < b$ ，選 B。

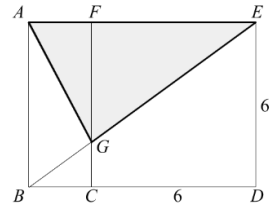
<另解>

令  $x=9875$ ,  $a=(x-1)(x+2)=x^2+x-2$

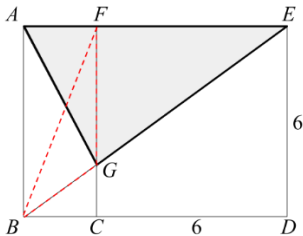
$b=x(x+1)=x^2+x$ , 則  $b>a$ , 且  $b-a=(x^2+x)-(x^2+x-2)=2$

22. As shown in the figure, the quadrilateral  $ABDE$  is a rectangle and the quadrilateral  $FCDE$  is a square.  $\overline{CD}=\overline{DE}=6$  cm, then what is the area of the colored triangle  $AGE$  in square centimeters?

- (A)12 (B)14 (C)16 (D)18



<解析>



$\triangle AFG=\triangle BFG$ (等底底高)

則  $\triangle AGE=\triangle FBE=\overline{FE}\times\overline{AB}\div 2=6\times 6\div 2=18$ , 選 D。

23. 計算  $\frac{1\times 2\times 3+2\times 4\times 6+3\times 6\times 9+\dots+2000\times 4000\times 6000}{3\times 4\times 5+6\times 8\times 10+9\times 12\times 15+\dots+6000\times 8000\times 10000}=?$  (A) $\frac{1}{10}$  (B) $\frac{1}{100}$  (C) $\frac{1}{1000}$  (D) $\frac{1}{27}$

<解析>

$\frac{1\times 2\times 3}{3\times 4\times 5}=\frac{1}{10}$

$\frac{2\times 4\times 6}{6\times 8\times 10}=\frac{6+48}{60+480}=\frac{6+48}{10(6+48)}=\frac{1}{10}$ , 其值 =  $\frac{1}{10}$

原式 =  $\frac{1\times 2\times 3\times(1^3+2^3+3^3+\dots+2000^3)}{3\times 4\times 5\times(1^3+2^3+3^3+\dots+2000^3)}=\frac{1\times 2\times 3}{3\times 4\times 5}=\frac{1}{10}$ , 選 A。

24. How many zeros will appear in the product of  $\underbrace{999\dots 999}_{100\text{ 個 }9}\times \underbrace{999\dots 999}_{100\text{ 個 }9}$ ? (中間有幾個 0)

- (A)97 (B)98 (C)99 (D)100

<解析>

$9\times 9=81\rightarrow 0$  個 0

$99\times 99=9801\rightarrow 1$  個 0

$999\times 999=998001\rightarrow 2$  個 0

.....

原式  $\rightarrow 99$  個 0, 選 C。

<另解>

$(10^{100}-1)\times(10^{100}-1)=10^{200}-2\times 10^{100}+1=\underbrace{999\dots 9}_{99\text{ 個 }9}8\underbrace{0000\dots 0}_{99\text{ 個 }0}1\rightarrow 200$  位數

25. 甲、乙、丙三個人各有若干元, 首先甲給乙、丙每人現有錢數的 2 倍, 接著由乙給甲、丙每人現有的錢數的 2 倍, 最後丙給甲、乙每人現有的錢數的 2 倍, 結果三人錢數相同。若原來丙有 70 元, 則甲原來有多少元? (A)220 (B)330 (C)440 (D)550

<解析>

	甲	乙	丙
--	---	---	---

結果	27	27	27
丙給甲、乙之前	$27 \div (1+2) = 9$	$27 \div (1+2) = 9$	$81 - 9 - 9 = 63$
乙給甲、丙之前	$9 \div (1+2) = 3$	$81 - 3 - 21 = 57$	$63 \div (1+2) = 21$
甲給乙、丙之前	$81 - 19 - 7 = 55$	$57 \div (1+2) = 19$	$21 \div (1+2) = 7$

原來的甲:乙:丙=55:19:7

若丙原有 70 元，則甲原有  $55 \times 10 = 550$  元，選 D。

## 二、計算題(25 分/25 分，共 50 分，請寫出計算過程，可得過程分)

1. 媽媽到超市買了一顆 11 元的雞蛋和一顆 17 元的鴨蛋，共 50 顆，拿 1000 元找回 366 元，兩種各買了幾顆？

<解析>

$$1000 - 366 = 634$$

$$17 \times 50 = 850$$

$$850 - 634 = 216$$

$$216 \div (17 - 11) = 36$$

$$50 - 36 = 14$$

鴨蛋買 14 顆，雞蛋買 36 顆

2. 某衣物柔軟精上標示正確的使用方式：一次使用量為瓶蓋容量的  $\frac{1}{5}$ 。小芬買了一瓶衣物柔軟精，誤將  $\frac{1}{5}$  看成  $\frac{1}{3}$ ，在使用 12 次後才發現錯誤，此時柔軟精還剩原來的  $\frac{3}{5}$ 。若往後小芬依正確方式使用完畢，則還可以用多少次？

<解析>

令一瓶容量=1，瓶蓋容量=□

$$\square \times \frac{1}{3} \times 12 = 1 - \frac{3}{5}$$

$$\square \times 4 = \frac{2}{5}, \square = \frac{2}{5} \div 4 = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

$$\text{正確使用 1 次: } \frac{1}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{50}$$

$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{50} = \frac{3}{5} \times \frac{50}{1} = 30(\text{次})$$