



2018 第十五屆IMC國際數學競賽 台灣區初賽

2018 Fifteenth International Mathematics Primary Contest(Taiwan)

國中一年級組

請將答案寫在答案卷上

一、選擇題 (每題 10 分，共 250 分)

(B) 1. 6 個小朋友採雙打的方式輪流打桌球，共打了 2 小時，請問平均每個小朋友打了多久?(A)1 小時 15 分(B)1 小時 20 分(C)1 小時 40 分(D)2 小時

解析：雙打共四人， $2 \times 4 \div 6 = \frac{8}{6}$ (小時)

$\frac{8}{6}$ 小時 = 1 小時 20 分，選(B)。

(C) 2. 小忠 3 天值班一次、小君 15 天值班一次、小愛 6 天值班一次，如果他們三人於 3 月 4 日同天值班，那麼下次三人同時值班是在幾月幾日?

(A)4 月 1 日(B)4 月 2 日(C)4 月 3 日(D)4 月 4 日

解析：

$$[3, 15, 6] = 30$$

3 月 4 日 + 30 日 = 3 月 34 日 = 4 月 3 日，選(C)。

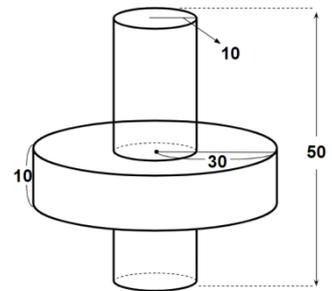
(D) 3. 請算出右圖形體的體積是多少立方公分?

(A)31400 (B)34540 (C)37680 (D)40820 立方公分

解析：

$$30 \times 30 \times 3.14 \times 10 + 10 \times 10 \times 3.14 \times (50 - 10)$$

$$= 28260 + 12560 = 40820 \text{ 立方公分，選(D)。}$$



(A) 4. 有一條馬路兩邊共植樹 122 棵(兩端都要種)，樹與樹之間的距離為 18m，如果改為 20m 種一棵，可種多少棵樹?

(A)110 (B)120 (C)140 (D)160 棵

解析：

$$122 \div 2 - 1 = 60, 60 \times 18 = 1080$$

$$1080 \div 20 = 54, (54 + 1) \times 2 = 110 \text{ 棵，選(A)。}$$

(A) 5. 計算 $(1+\frac{1}{2})\times(1-\frac{1}{2})\times(1+\frac{1}{3})\times(1-\frac{1}{3})\times\dots\times(1+\frac{1}{99})\times(1-\frac{1}{99})\times(1+\frac{1}{100})\times(1-\frac{1}{100})=?$
 (A) $\frac{101}{200}$ (B) $\frac{4}{101}$ (C) $\frac{101}{100}$ (D) $\frac{2}{99}$

解析：

原式 = $(\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times\frac{6}{5}\times\dots\times\frac{100}{99}\times\frac{101}{100})\times(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\dots\times\frac{98}{99}\times\frac{99}{100}) = \frac{101}{2}\times\frac{1}{100} = \frac{101}{200}$

選(A)。

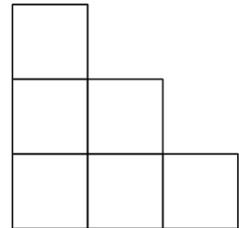
(C) 6. 某國小的男老師人數是全部老師人數的 $\frac{2}{3}$ 倍多 8 人，女老師人數是全部老師人數的 $\frac{1}{4}$ 倍多 5 人，這所國小共有幾位老師？

(A)150 (B)152 (C)156 (D)158 位

解析：

所求 = $(8+5)\div(1-\frac{2}{3}-\frac{1}{4}) = 13\div(\frac{12}{12}-\frac{8}{12}-\frac{3}{12}) = 13\div\frac{1}{12} = 13\times\frac{12}{1} = 156(\text{位})$ ，選(C)。

(C) 7. 小賀老師用造型棒排列正方形，如右圖，排到 8 層時，共需要多少根造型棒？(A)76 (B)82 (C)88 (D)90 根



解析：

1 層:4 根；2 層: $(1+2+2)\times 2$ 根；3 層: $(1+2+3+3)\times 2$ 根；……

x 層: $(1+2+3+\dots+x+x)\times 2$ 根

$\therefore 8$ 層 = $(1+2+3+4+5+6+7+8+8)\times 2 = 88$ ，選(C)。

(B) 8. 將一些雞蛋分給 3 個人，第一人拿走 1 個雞蛋和餘下的 $\frac{1}{4}$ ，第二人拿走 6 個雞蛋，第三人取走最後的雞蛋，第一人比第二人多取 2 個雞蛋，問第三人分到雞蛋幾個？(A)14 (B)15 (C)16 (D)18 個。

解析：

設原有 x 個雞蛋，第一人拿了 $1+\frac{1}{4}(x-1)$ 個雞蛋

$1+\frac{1}{4}(x-1)-6=2$ ， $\rightarrow x=29$

$6+2=8$ ， $29-8-6=15$ ，選(B)。

(D)9. 求出右圖塗色部分的面積為多少?(單位:公分)

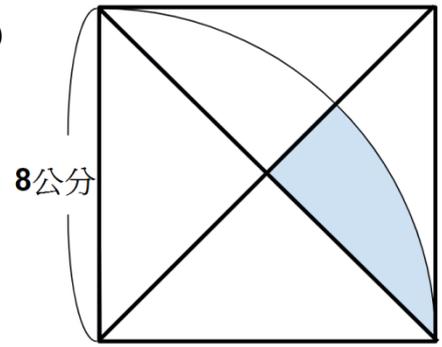
(A)8.18 (B)9.06 (C)9.08 (D)9.12 平方公分。

解析：

$$8 \times 8 \times 3.14 \div 4 = 50.24$$

$$50.24 - 8 \times 8 \div 2 = 18.24$$

$$18.24 \div 2 = 9.12 \text{ cm}^2, \text{ 選(D)。}$$



(B)10. 一件工程，甲獨做 10 天可以完工，乙獨做 12 天可以完工，甲先獨做 5 天，再讓乙獨做，共要幾天才能完工？

(A)10 (B)11 (C)12 (D)13 天。

解析：

$$[10, 12] = 60$$

假設工作有 60 份

$$60 \div 10 = 6, 60 \div 12 = 5$$

$$60 - 6 \times 5 = 30, 30 \div 5 = 6$$

$$5 + 6 = 11 \text{ 天, 選(B)。}$$

(B)11. 如右圖，A 點代表 -7，E 點代表 17，B、C、D 三點將 \overline{AE} 四等分，今將五點同時左右移動，使 C 點與原點重合，則此時 B、D 兩點的位置各表示為何？(A)6、-4 (B)-6、6 (C)-4、10 (D)-1、11

解析：

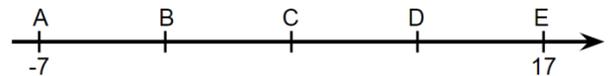
$$[17 - (-7)] \div 4 = 6$$

原始位置：

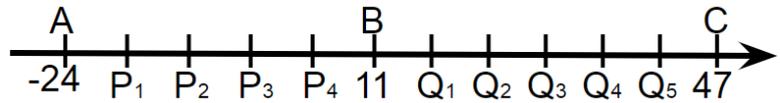
$$B(-7+6)=(-1); C(-7+12)=(5); D(-7+18)=(11)$$

移動後位置：

$$B(-1-5)=(-6), D(11-5)=(6), \text{ 選(B)。}$$



- (B) 12. 如圖，數線上 A、B、C 三點的坐標分別為 -24、11、47，其中自左而右 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 五等分 \overline{AB} ，自左而右 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 、 Q_4 、 Q_5 六等分 \overline{BC} ，試求 $\overline{P_3Q_3}$ 的長度為多少單位？(A)29 (B)32 (C)35 (D)38



解析：

$$P_3 \text{ 坐標為 } -24 + 3 \times \frac{11 - (-24)}{5} = -3$$

$$Q_3 \text{ 坐標為 } 11 + 3 \times \frac{47 - 11}{6} = 29$$

$$\therefore \overline{P_3Q_3} = 29 - (-3) = 32, \text{ 選(B)。}$$

- (C) 13. 如右表，老師出了一道數學作業，若每一直排、橫列與對角線各三個數的總和均相等，則下列有關圖中未知數的敘述何者正確？

(A) 甲=6 (B) 乙=-4 (C) 丙=8 (D) 丁=9。

甲	b	乙
a	-2	丙
-1	丁	-11

解析：

$$(-1) + (-2) + \text{乙} = \text{乙} + \text{丙} + (-11) \quad \therefore \text{丙} = 8$$

$$\text{甲} + a + (-1) = a + (-2) + 8, \quad \text{甲} = 7$$

$$7 + (-2) + (-11) = (-1) + \text{丁} + (-11), \quad \text{丁} = 6$$

$$7 + (-2) + (-11) = \text{乙} + 8 + (-11), \quad \text{乙} = -3, \text{ 選(C)。}$$

- (A) 14. 若 $991 + 992 + 993 + \dots + 1000 = 1000 \times 10 + a$ ，則 $a = ?$

(A)-45 (B)45 (C)-55 (D)55

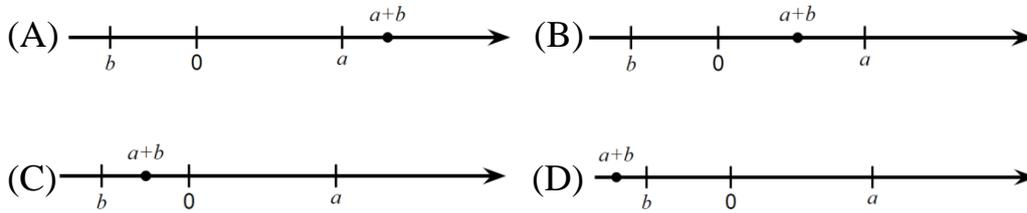
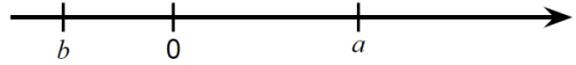
解析：

$$\text{原式} = (1000-9) + (1000-8) + \dots + (1000-1) + 1000$$

$$= 1000 \times 10 - (9+8+7+\dots+0) = 1000 \times 10 - 45 = 1000 \times 10 + a$$

$$\therefore a = -45, \text{ 選(A)。}$$

(B) 15. 右圖表示數線上三個點的位置關係，且三數分別為 b 、 0 和 a ，今欲將「 $a+b$ 」的結果畫在數線上，則下列何者可能是「 $a+b$ 」在數線上的圖形？



解析：

$$\because b < 0, a > 0, |a| > |b|$$

$$\therefore a+b < a, a+b > 0$$

$$\rightarrow 0 < a+b < a, \text{ 選(B)。$$

(A) 16. 王老師出了兩題選擇題，全班 40 人，第一題有 30 人答對，第二題有 12 人答錯，兩題都答對的有 20 人，則兩題全答錯的有幾人？

(A) 2 人 (B) 4 人 (C) 6 人 (D) 8 人

解析：

$$\text{第二題答對} = 40 - 12 = 28$$

$$30 + 28 - 20 = 38, 40 - 38 = 2, \text{ 選(A)。$$

(C) 17. 若 $|a-b|=2$ ， $|b-c|=3$ ，則當 $a=5$ ， c 的值不可能為下列何數？

(A) 0 (B) 4 (C) 5 (D) 6

解析：

$$\because |5-b|=2, \therefore b=5\pm 2, b=3 \text{ 或 } 7$$

$$\text{當 } b=3 \text{ 時, } |3-c|=3, \therefore c=3\pm 3, c=0 \text{ 或 } 6$$

$$\text{當 } b=7 \text{ 時, } |7-c|=3, \therefore c=7\pm 3, c=4 \text{ 或 } 10$$

$$\therefore c \neq 5, \text{ 選(C)。$$

(C) 18. 若 a 、 b 兩數滿足 $a \times 123^4 = 10^5$ ， $a \div 10^6 = b$ ，則 $a^2 \times b$ 之值為何？

- (A) $\frac{10^6}{123^{10}}$ (B) $\frac{10^8}{123^{10}}$ (C) $\frac{10^9}{123^{12}}$ (D) $\frac{10^{11}}{123^{12}}$

解析：

$$\because a = \frac{10^5}{123^4}, \therefore b = \frac{10^5}{123^4} \times \frac{1}{10^6} = \frac{1}{123^4 \times 10}$$

$$\text{故 } a^2 \times b = \left(\frac{10^5}{123^4}\right)^2 \times \frac{1}{123^4 \times 10} = \frac{10^{10}}{123^8} \times \frac{1}{123^4 \times 10} = \frac{10^9}{123^{12}}, \text{ 選(C)。}$$

(A) 19. 已知一固定雷達向飛機直線發射電磁波，電磁波遇到飛機後反射，又被雷達接收，此過程花了 5.2×10^{-5} 秒，其間無任何阻礙。若電磁波的傳播速率為每秒鐘 3×10^8 公尺，則反射的瞬間飛機與雷達的距離為多少公尺？

- (A) 7.8×10^3 (B) 7.8×10^4 (C) 1.95×10^3 (D) 1.95×10^4

解析：

雙向歷程共花了 5.2×10^{-5} 秒，故單向歷程所花時間 $= 5.2 \times 10^{-5} \div 2 = 2.6 \times 10^{-5}$

所求距離 $=$ 速度 \times 時間 $= 3 \times 10^8 \times 2.6 \times 10^{-5} = 7.8 \times 10^3$ 公尺，選(A)。

(A) 20. 有一個奈米口罩的織布縫隙是 10^{-9} 公尺，下列為甲、乙、丙三種病菌的長度。請問哪幾種細菌會被此口罩有效隔離？

甲細菌: 5×10^{-8} m 乙細菌: 2.3×10^{-7} m 丙細菌: 9.28×10^{-10} m

- (A) 甲、乙 (B) 甲、丙 (C) 乙、丙 (D) 甲、乙、丙都可以。

解析：

\therefore 甲: 5×10^{-8} m $> 10^{-9}$ m, 乙: 2.3×10^{-7} m $> 10^{-9}$ m, 丙: 9.28×10^{-10} m $< 10^{-9}$ m,

\therefore 選(A)。

(C) 21. It is a addition in right graph. A different sign represents a different number. How many possible values of D? (A)5 (B)6 (C)7 (D)8

翻譯: 有一個加法算式如右圖，不同英文字母代表不同的阿拉伯數字，問 D 可能值有幾種？

解析：A=1

$$A+B+C=10, 1+B+C=10 \rightarrow B+C=9$$

$$A+B+1=D, 1+B+1=D \rightarrow D=B+2$$

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \\ + \ \ A \ B \\ \hline 1 \ D \ 0 \end{array}$$

A	1	1	1	1	1	1	1
B	0	2	3	4	5	6	7
C	9	7	6	5	4	3	2
D	2	4	5	6	7	8	9

共 7 種，選(C)。

- (B)22. Joe and Mary had an investment to feed n pigs. Each pig was sold n dollars and was sold out. They decided to share the money equally. Joe takes away 10 dollars at first, than Mary takes away 10 dollars, Joe takes away 10 dollars,..... . Finally , Mary takes the money less than 10 dollars. How much money should Joe give Mary the money? (A)1 元 (B)2 元 (C)3 元 (D)4 元

翻譯:甲、乙兩人合資共養了 n 頭豬。今每頭豬以 n 元的價格全部賣掉，然後兩人用下面的方式分錢:甲先拿 10 元，再由乙拿 10 元，再由甲拿 10 元，.....，如此輪流，拿到最後，剩下不足 10 元輪到乙拿去，為了公平分配，甲應該補給乙多少元?

解析：共賣 $n \times n = n^2$ ， n^2 的十位數為奇數，設 $n = 10a + b$ ，則

$$n^2 = (10a + b)^2 = 20(5a^2 + ab) + b^2$$

→ b^2 的十位數必為奇數，檢視 $1^2, 2^2, 3^2, \dots, 9^2$ ，得知十位數為奇數只有 4^2 及 6^2 ，故 n^2 之個位數為 6 → 最後一次甲拿 10 元，乙拿 6 元

$(10 - 6) \div 2 = 2$ ，甲應該給乙 2 元，選(B)。

- (B)23. A、B、C、D 四人在自習室讀書，其中一人在讀英文，一人在讀數學，一人在讀國文，另一人在讀自然，已知:

- ① A 不在讀英文，也不在讀自然。
- ② B 不在讀國文，也不在讀英文。
- ③ 若 A 不在讀國文，則 D 不在讀英文
- ④ C 不在讀自然，也不在讀英文
- ⑤ D 不在讀自然，也不在讀國文

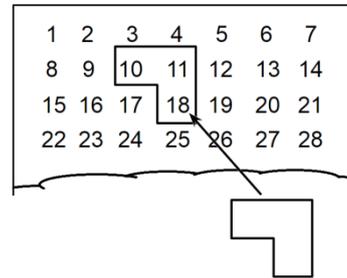
請問 C 在讀哪一科?(A)英文 (B)數學 (C)國文 (D)自然

解析：

- (1) A、C、D 都不讀自然，B 讀自然。
- (2) A、B、C 都不讀英文，D 讀英文。
- (3) 由(3)若 D 讀英文，則 A 讀國文 → A 讀國文。
- (4) C 讀數學，選(B)。

(A)24. The first row is one to seven. The 2nd row is eight to fourteen.It was shown as right pic. Use a transparent L ruler to cover three numbers. Look at it, the sum of the three number is 39. A transparent L ruler can spin. If the sum of the three numbers is 346, how much the smallest number?

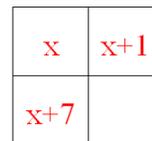
(A)111 (B)110 (C)121 (D)120



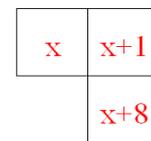
翻譯:第一列為 1 至 7，第二列為 8 至 14，...如右圖所示。用一透明矩尺罩住三個數字，右圖中，所罩住的三個數字之和為 39。矩尺的方向可以變化，請問此矩尺所罩住三個數字和為 346，最小的數字為多少?

解析：

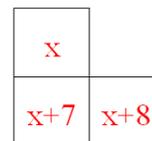
(1) $x+x+1+x+7=346$ ， $3x=338$ ， $x=\frac{338}{3}$ (不合)



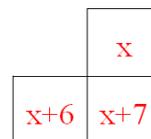
(2) $x+x+1+x+8=346$ ， $3x=337$ ， $x=\frac{337}{3}$ (不合)



(3) $x+x+7+x+8=346$ ， $3x=331$ ， $x=\frac{331}{3}$ (不合)

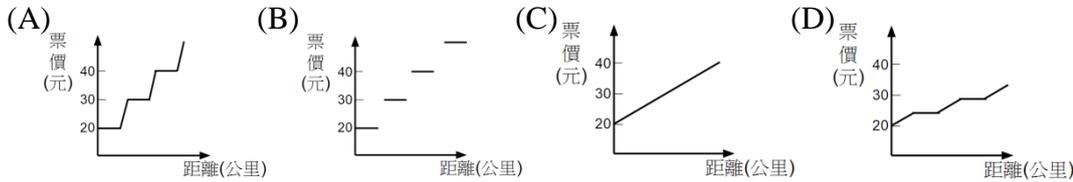


(4) $x+x+6+x+7=346$ ， $3x=333$ ， $x=\frac{333}{3}=111$ (符合)



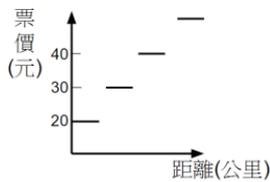
選(A)。

(B)25.下圖是高雄捷運，巨蛋站到各站的票價及兩站之間的行駛時間，捷運票價與搭乘距離關係如下，你認為哪個圖表最為合理？



解析：

距離(KM)	票價(元)
0~5	20
5~7	25
7~9	30
9~11	35
11~13	40



選(B)

二、計算題 請寫出計算過程，沒寫計算過程就不給分
(第 1、2 題各 20 分，第 3 題 10 分，共 50 分)

1. 世界盃足球賽的商品專賣店中，老闆某天若以 1800 元的價錢分別賣出德國球衣與喀麥隆全體隊員的簽名球，已知球衣賺了 20%，簽名球賠了 20%，試求老闆總計賺或賠多少元？

解析：

賺 20% → 成本 × 1.2

∴ 球衣成本 $1800 \div 1.2 = 1500$ 元

賠 20% → 成本 × 0.8

∴ 簽名球成本 $1800 \div 0.8 = 2250$ 元

$1800 \times 2 - 1500 - 2250 = -150$ ∴ 賠 150 元，答：賠 150 元。

2.鳳姐買了一包巧克力糖，沒想到巧克力糖被弟弟小群和妹妹小瑜偷吃了若干顆，鳳姐問兩人各吃了多少顆？

小群說：「我是第一個吃的，吃了全部的 $\frac{1}{8}$ 多 6 顆。」小瑜說：「我是看到小群吃完後，才去拿來吃的，我吃了剩下的 $\frac{1}{4}$ 。」如果小群和小瑜兩人吃的數量一樣多，請問還剩下多少顆巧克力糖？

解析：

假設一包巧克力糖有 x 顆

$$\frac{1}{8}x + 6 = \frac{1}{4} \left[x - \left(\frac{1}{8}x + 6 \right) \right]$$

$$\rightarrow \frac{1}{8}x + 6 = \frac{1}{4} \left(\frac{7}{8}x - 6 \right)$$

$$\rightarrow x = 80$$

小群和小瑜分別各吃了 $80 \times \frac{1}{8} + 6 = 16$ 顆

還剩下 $80 - 16 \times 2 = 48$

答：48 顆。

3.某數學營開了六堂課，該營隊的 20 名學生每人均已選修其中的 0 至 6 門課(可以都不選，最多選 6 門課)，試問：是否可以找出 5 名學生和 2 門課，使得這 5 人同時都選修這兩門課或同時都沒選修這兩門課？

解析：

從 6 門課選修 3 門，共 20 種情形

123、124、125、126 → 都有 1、2

134、135、136、145

146、156、234、235

236、245、246、256

345、346、356、456 → 都沒有 1、2

對於任 2 門課，有 4 人皆選，也有 4 人皆沒選，但不可能有 5 人都選或都沒選某 2 堂課。