

第二十屆  國際數學競賽台灣區複賽
Twentieth International Mathematics Contest(Taiwan)

國
小
六
年
級
試
卷

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分
《考試時間尚未開始請勿翻閱》

考生姓名：_____ 准考證號碼：_____ 試題總分：_____

◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！
◎計算題需要在試題空白處列出運算過程，只寫答案沒有運算過程不計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	D	B	D	B	C	D
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	17	260	818	26400	$\frac{4}{11}$	7125364	180	1073

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

1. 甲、乙、丙三人合吃一盒蛋糕，甲先吃全部的 $\frac{1}{3}$ ，乙再吃剩下的 $\frac{3}{5}$ ，丙再把最後剩下的吃完，請問誰吃得最少？(A)甲 (B)乙 (C)丙 (D)三人吃一樣多

<解析>

$$\text{甲吃 } \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$$

$$\text{乙吃 } (1 - \frac{1}{3}) \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15}$$

$$\text{丙吃 } 1 - \frac{1}{3} - \frac{6}{15} = \frac{15-5-6}{15} = \frac{4}{15}$$

丙吃最少，選 C。

2. If $6:16=15:\square=\triangle:72$, then the sum of \square and \triangle is _____. (A)61 (B)63 (C)65 (D)67

<解析>

$$6:16=3:8=15:40=27:72$$

$$\square=40, \triangle=27$$

$$40+27=67$$

選 D。

3. 甲、乙、丙三個分數化成最簡分數後，分子分別為 6、15、10，其分母的最小公倍數為 360，判斷甲、乙、丙三數的大小關係？(A)丙>甲>乙 (B)甲>乙>丙 (C)乙>丙>甲 (D)乙>甲>丙

<解析>

$$\text{甲} = \frac{6}{A}, \text{乙} = \frac{15}{B}, \text{丙} = \frac{10}{C}$$

$$[A, B, C]=360$$

$$360=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

A 不是 6 的因數: A=5

B 不是 15 的因數: B=8

C 不是 10 的因數: C=9

$$\text{甲} = \frac{6}{5}, \text{乙} = \frac{15}{8}, \text{丙} = \frac{10}{9} \rightarrow \text{乙} > \text{甲} > \text{丙}, \text{選 D。}$$

4. 一列火車全長 225 公尺，行駛速率為每小時 130 公里，要完全通過長 1.075 公里的隧道，需要幾秒鐘？(A)30 (B)36 (C)42 (D)48

<解析>

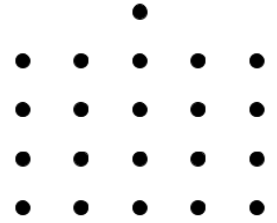
$$130 \text{ 公里/小時} = \frac{130000}{3600} = \frac{1300}{36} \text{ 公尺/秒}$$

$$225 + 1075 = 1300$$

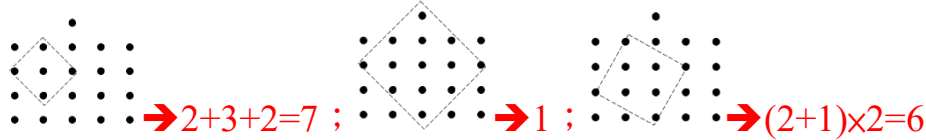
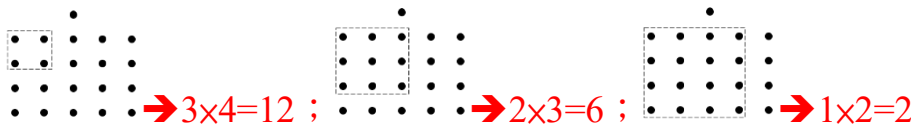
$$1300 \div \frac{1300}{36} = 1300 \times \frac{36}{1300} = 36$$

選 B。

5. 如圖，21 個釘子排成縱、橫距離都相等的點陣，那麼用橡皮筋可以套出幾個正方形？(A)31 (B)32 (C)33 (D)34



<解析>



共有 $12+6+2+7+1+6=34$ ，選 D。

6. 春天生機盎然，草場裡原來有些草且青草每天都生長一樣多，每頭牛每天吃的草一樣多，一片草地可以供 30 頭牛吃 30 天，也可供 39 頭牛吃 20 天，如果要讓草場上的草永遠吃不完，那麼最多可以放牧幾頭牛？(A)11 (B)12 (C)13 (D)14

<解析>

令每頭牛每天吃 1 公斤，草地為 A 公斤，每日草生長 B 公斤

$$A + 30B = 30 \times 30 = 900$$

$$A + 20B = 39 \times 20 = 780$$

$$10B = 120$$

$$B = 12$$

最多放牧 12 頭，選 B。

7. 一袋糖果只有牛奶糖和水果糖，牛奶糖和水果糖的塊數之比為 4:3。如果增加 38 塊水果糖，那麼水果糖占全部糖果的 $\frac{7}{10}$ 。那麼原來牛奶糖和水果糖一共有幾塊？(A)28 (B)35 (C)42 (D)49

<解析>

牛奶糖 $4a$ ，水果糖 $3a$

$$\frac{3a+38}{7a+38} = \frac{7}{10} \rightarrow 30a+380=49a+266, 19a=114, a=6$$

$$\text{共有 } 4 \times 6 + 3 \times 6 = 42$$

選 C。

8. 若一個長方體的長邊減少 1 公分，可變成正方體，表面積就減少 16 平方公分，那麼長方體的體積為多少立方公分？(A)74 (B)76 (C)78 (D)80

<解析>

假設長方體的寬= a ，高= a

少掉的面積= $1 \times a + 1 \times a + 1 \times a + 1 \times a = 16$

則 $4a = 16$ ， $a = 4$

長方體體積= $(4+1) \times 4 \times 4 = 80$ ，選 D。

二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. 將三條長為 60 公分、90 公分、105 公分的繩子剪成等長的線段，且每段長需為整數，則至少共可剪成_____條線段。

<解析>

$(60, 90, 105) = 15$

$(60+90+105) \div 15 = 17$

2. 成功國小六年級女生有 48 人，占全校女生人數的 $\frac{3}{10}$ ；六年級男生有 35 人，占全校男生人數的 $\frac{7}{20}$ ，全校共有_____人。

<解析>

$48 \div \frac{3}{10} + 35 \div \frac{7}{20} = 48 \times \frac{10}{3} + 35 \times \frac{20}{7} = 160 + 100 = 260$

3. If P and Q are prime numbers, and $P + Q = 411$, then $P \times Q =$ _____.

<解析>

因為偶數+奇數=奇數， P 和 Q 兩者之間，必有一個偶數

$411 - 2 = 409$

$P \times Q = 2 \times 409 = 818$

4. 某影印機每分鐘輸出 120 張紙，當影印超過 30 分鐘時，每 30 分鐘會停止運作 10 分鐘，之後接續以相同速度輸出。若小穎使用該影印機影印資料，從上午 11:00 開始輸出第一張紙，直到下午 3:50 才印完，則該影印機在這段時間共輸出_____張紙。

<解析>

$15:50 - 11:00 = 4:50$

$4 \times 60 + 50 = 290$

$290 \div (30 + 10) = 7 \dots 10$

$30 \times 120 \times 7 + 10 \times 120 = 25200 + 1200 = 26400$

5. 一個分數，如果分子增加 6，可以化簡為 $\frac{2}{5}$ ，如果分子增加 10，可以化簡為 $\frac{7}{15}$ ，如果分子分母同時增加 6，那麼分數可以化簡為_____。

<解析>

$\frac{b+6}{a} = \frac{2}{5} \rightarrow 2a = 5b + 30$ ， $6a = 15b + 90$

$\frac{b+10}{a} = \frac{7}{15} \rightarrow 7a = 15b + 150$

則 $a = 60$ ， $b = (60 \times 2 - 30) \div 5 = 18$ ，此分數 = $\frac{18+6}{60+6} = \frac{4}{11}$

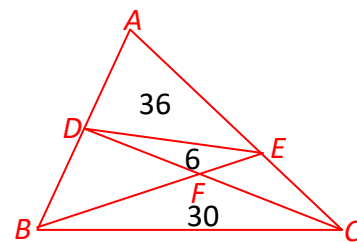
6. Arrange the seven numbers 1 to 7 from left to right into a multi-digit number (多位數) without repeated (重複) numbers. Starting from the second number, each number is a factor of the sum of all the numbers to the left of it. Then this biggest value of multi-digit number is _____.

<解析>

最多 7 位數，因為要最大值，坐左邊的數字放 7

故最大值為 7125364

7. 如圖， D 、 E 分別在 $\triangle ABC$ 的 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，連接 \overline{DE} ，再連接 \overline{DC} 、 \overline{EB} 交於點 F 。已知 $\triangle ADE$ 的面積為 36， $\triangle DEF$ 的面積為 6， $\triangle BCF$ 的面積為 30，那麼 $\triangle ABC$ 的面積為_____。



<解析>

$$30:a=b:6 \rightarrow ab=180$$

$$36:(6+b)=(42+a):(30+b)$$

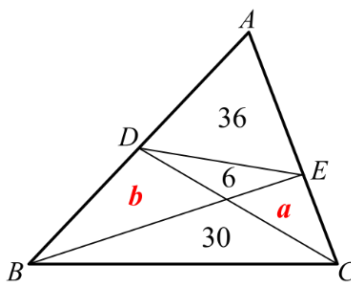
$$252+42b+6a+ab=1080+36b$$

$$252+6b+6a+180=1080$$

$$6a+6b=900-252=648$$

$$a+b=108$$

$$108+36+6+30=180$$



8. 韓信率領 1500 名士兵與敵方交戰後，倖存士兵稍多於 1000 名，為了清點倖存士兵的人數，他命令士兵排隊，結果若 3 人一組，則多出 2 名；若 5 人一組，則多出 3 名；若 7 人一組，則多出 2 名。則倖存的士兵共有_____名。

<解析>

每 3 人一組多 2 人且每 7 人一組多 2 人

$$\rightarrow [3, 7]=21, 21+2=23, 23 \div 5=4 \dots 3$$

$$[3, 7, 5]=[21, 5]=105$$

士兵 $105k+23$ 人

$$\text{取 } k=10, 105 \times 10 + 23 = 1073$$

三、計算題(每題 10 分，共 20 分) ※未寫出計算過程不予計分

1. 測驗題 20 題，答對一題得 5 分，答錯一題倒扣 1 分，不答不扣分。

(1) 若秀智答對 15 題，答錯 3 題，有 2 題未答，則秀智最後的分數是多少分?

(2) 若阿德僅做 19 題，得到 77 分，則阿德做對幾題?

<解析>

$$(1) 15 \times 5 = 75, 1 \times 3 = 3, 75 - 3 = 72$$

$$(2) 19 \times 5 = 95, 95 - 77 = 18, 18 \div (5 + 1) = 3, 19 - 3 = 16$$

2. Four cars A , B , C and D are driving on the same road on the same day. Car A passes (經過) car B at 8:00. It passes car C at 9:20, and meets car D head-on (迎面) at 10:00. Car D meets car B head-on at 10:30. It meets car C head-on at 11:00. **So what time is it when car B passes car C ?**

<解析>

8:00→9:20→10:00→10:30→11:00

A →A →A ←D ←D

B →C ←D →B →C

B車遇到D車所花時間=10:30-8:00=2:30

C車遇到D車所花時間=11:00-9:20=1:40

且B車與C車的時間差=9:20-8:00=1:20

1:20+1:40-2:30=0:30

10:30-0:30=10:00 (此題送分)