

第二十屆  國際數學競賽台灣區複賽
Twentieth International Mathematics Contest(Taiwan)

國
小
五
年
級
試
卷

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分
《考試時間尚未開始請勿翻閱》

考生姓名：_____ 准考證號碼：_____ 試題總分：_____

◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！
◎計算題需要在試題空白處列出運算過程，只寫答案沒有運算過程不計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	C	B	C	A	B	C
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	16	35	3	45	560	50	18	15

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

1. Suppose $a = \frac{5}{7}$, $b = \frac{5+1}{7}$, $c = \frac{5}{7+1}$, $d = \frac{5+1}{7+1}$, then what are the four fractions a, b, c, d in descending order? (A) $b > d > a > c$ (B) $b > d > c > a$ (C) $c > a > d > b$ (D) $c > a > b > d$

<解析>

$$a = \frac{5}{7}, b = \frac{6}{7}, c = \frac{5}{8}, d = \frac{6}{8}$$

$$[5, 6] = 30$$

$$a = \frac{5 \cdot 30}{7 \cdot 42}, b = \frac{6 \cdot 30}{7 \cdot 35}, c = \frac{5 \cdot 30}{8 \cdot 48}, d = \frac{6 \cdot 30}{8 \cdot 40}$$

則 $b > d > a > c$ ，選 A

2. 欲將 n 個邊長為 1 的小正方形，拼成一個長、寬皆大於 1 的矩形，且不會剩下任何小正方形，則 n 不可能為下列哪一個數? (A) 87 (B) 95 (C) 99 (D) 101

<解析>

$$87 = 3 \times 29$$

$$95 = 5 \times 19$$

$$99 = 3 \times 33 \rightarrow \text{都可長、寬都大於 1}$$

$$101 = 1 \times 101$$

n 不可能是 101，選 D。

3. 飲料店舉辦促銷活動：「綠茶一杯 20 元，每買 5 杯就多送 2 杯。」黃小姐買綠茶，飲料店總共給她 50 杯綠茶，黃小姐最少要付多少元? (A) 680 (B) 700 (C) 720 (D) 760

<解析>

$$\text{買 5 杯多送 2 杯，} \square \times (5+2) + 1 = 50$$

$$\square = 7, \text{最多送 } 7 \times 2 = 14 \text{ 杯}$$

$$20 \times (50 - 14) = 720, \text{選 C。}$$

4. 六年忠班共有 50 人，在某次抽考中，英語及格的有 28 人，數學及格的有 30 人，兩科都不及格的有 5 人，則數學及格但是英語不及格有多少人? (A)15 (B)17 (C)25 (D)23

<解析>

兩科都及格: $28+30-(50-5)=13$

數學及格但英文不及格: $30-13=17$

選 B。

5. Please calculate this value. $1 \times 100 + 2 \times 97 + 3 \times 94 + 4 \times 91 + \dots + 34 \times 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(A)20210 (B)20220 (C)20230 (D)20240

<解析>

$n[100-(n-1) \times 3] = n(103-3n)$

$103 \times \frac{1+34}{2} \times 34 - 3 \times \frac{34 \times (34+1) \times (68+1)}{6}$

$= 61285 - 41055 = 20230$

選 C。

6. 某飯店對消暑可樂做優惠活動，可樂 3 元 1 瓶，6 個瓶蓋可換 1 瓶可樂，5 個空瓶也可換 1 瓶可樂。一桌顧客在飯店結帳，發現可樂消費 57 元，那麼這桌顧客最多喝了幾瓶可樂?

(A)28 (B)29 (C)30 (D)31

<解析>

$57 \text{ 元} \div 3 \text{ 元} = 19 \text{ 瓶可樂} \dots (19 \text{ 個瓶蓋} + 19 \text{ 個空瓶})$

$19 \text{ 個瓶蓋} \div 6 \text{ 個瓶蓋} = 3 \text{ 瓶可樂} \dots (1 \text{ 個瓶蓋} + 3 \text{ 個瓶蓋} + 3 \text{ 個空瓶})$

$19 \text{ 個瓶蓋} \div 5 \text{ 個空瓶} = 3 \text{ 瓶可樂} \dots (4 \text{ 個空瓶} + 3 \text{ 個瓶蓋} + 3 \text{ 個空瓶})$

$(1+3+3) \text{ 個瓶蓋} \div 6 \text{ 個瓶蓋} = 1 \text{ 瓶可樂} \dots (1 \text{ 個瓶蓋} + 1 \text{ 個瓶蓋} + 1 \text{ 個空瓶})$

$(3+4+3+1) \text{ 個空瓶} \div 5 \text{ 個空瓶} = 2 \text{ 瓶可樂} \dots (1 \text{ 個空瓶} + 2 \text{ 個空瓶} + 2 \text{ 個瓶蓋})$

共有 $19+3+3+1+2=28$ 個，選 A。

7. 一種飲料分大、中、小包裝。一個中瓶比 2 個小瓶便宜 2 角；1 個大瓶比 1 個中瓶加 1 個小瓶貴 4 角，大、中、小瓶各買 1 瓶，需要 9.6 元。那麼大瓶飲料每瓶幾元?(1 元=10 角) (A)4.5 (B)5 (C)5.5 (D)6

<解析>

中瓶 = 小瓶 $\times 2 - 2$ ，大瓶 = 中瓶 + 小瓶 + 4 = 小瓶 $\times 3 - 2 + 4 =$ 小瓶 $\times 3 + 2$

大瓶 + 中瓶 + 小瓶 = 小瓶 $\times 3 + 2 +$ 小瓶 $\times 2 - 2 +$ 小瓶 = $9.6 \times 10 = 96$

$6 \text{ 小瓶} = 96$ ，小瓶 = 16

大瓶 = $16 \times 3 + 2 = 50$ 角 = 5 元，選 B。

8. 在 1~2024 這 2024 個自然數中，不含數字 0、2、3、7、9 的共有幾個? (A)278 (B)279 (C)280 (D)281

<解析>

1 位數: 1、4、5、6、8

2 位數: $\square\square$ ， $5 \times 5 = 25$

3 位數: $\square\square\square$ ， $5 \times 5 \times 5 = 125$

4 位數: $1\square\square\square$ ， $5 \times 5 \times 5 = 125$

共 $5+25+125+125=280$ 個，選 C。

二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. How much must be added to 2024 to be divisible by 17? _____

<解析>

$$2024 \div 17 = 119 \dots 1$$

$$17 - 1 = 16$$

至少加上 16。

2. 媽媽每 5 天上市場買菜一次，如果這個星期日她正好到市場買菜，請問在_____天後她到市場又正好會碰到星期日。

<解析>

$$[5, 7] = 35$$

35 天後

3. 學校校慶當天，從早上 7 點 30 分到下午 5 點 30 分，為了迎接貴賓，校門口需要隨時保持 6 位童軍站崗，本校有 20 位童軍學員，問當天平均每位童軍需站崗_____小時。

<解析>

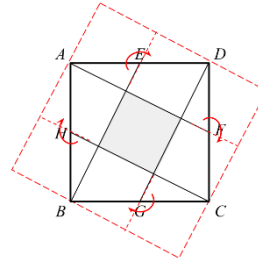
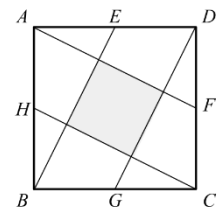
$$17:30 - 7:30 = 10$$

$$10 \times 6 \div 20 = 3$$

4. 如右圖， E 、 F 、 G 、 H 分別是正方形 $ABCD$ 四邊的中點，正方形 $ABCD$ 的邊長是 15 公分，則斜線面積是_____平方公分。

<解析>

$$15 \times 15 \div 5 = 45$$



5. 兩數之差是 504，其中一個數的最後一個數字是 0，如果把 0 去掉，就會和另一個數相同，那麼較大的數是_____。

<解析>

$$\begin{array}{r} A \quad B \quad 0 \\ - \quad \quad A \quad B \\ \hline 5 \quad 0 \quad 4 \end{array}$$

則 $B=6$ ， $A=5$

較大的數=560

6. 某班教室全都是雙人桌，被學生坐滿沒有空位。其中男學生的 $\frac{3}{5}$ 的同桌也是男生，而女學生的 $\frac{2}{5}$ 的同桌也是女生。已知男生比女生多 10 人，那麼這個班級共有_____人。

<解析>

$$\text{男女合坐的桌子} = \text{男生} \div \frac{3}{5} = \text{女生} \div \frac{2}{5}$$

$$\rightarrow \text{男生} \times 2 = \text{女生} \times 3$$

$$10 \div (3-2) = 10$$

$$10 \times (3+2) = 50, \text{ 共有 } 50 \text{ 人。}$$

7. 計算: $38 \times \left(\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{17 \times 19} \right) =$ _____。

<解析>

$$\begin{aligned} 38 \times \left(\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{17 \times 19} \right) &= 38 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{17} - \frac{1}{19} \right) \\ &= 38 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{19} \right) = 18 \end{aligned}$$

8. 一片草地，牧草均勻生長。如果讓 5 匹馬和 5 頭牛去吃，5 天將草吃完；如果讓 6 匹馬和 6 隻羊去吃，6 天將草吃完。已知 1 頭牛和 1 隻羊每天吃草量之和等於 1 匹馬每天的吃草量，1 頭牛每天吃草量等於 3 隻羊每天的吃草量。現在讓一匹馬、2 頭牛、5 隻羊一起去吃草，那麼_____天可以將這片牧草吃完。

<解析>

假設 1 隻羊每日吃草量為 1，1 頭牛每日吃草量為 3，1 匹馬每日吃草量為 $1+3=4$

牧草原有 A，每天生長 B

$$A+5B=5 \times 5 \times 4 + 5 \times 5 \times 3 = 175$$

$$A+6B=6 \times 6 \times 4 + 6 \times 6 \times 1 = 180$$

$$B=180-175=5, A=175-5 \times 5=150$$

$$150 + \square \times 5 = \square \times (4+6+5)$$

$$\square = 15$$

三、計算題(每題 10 分，共 20 分) ※未寫出計算過程不予計分

1. 有一部電影播放一場是 2 時 40 分，從早上 10 時 50 分開始播放，每天播 4 場，每兩場間需要 30 分鐘做清潔打掃消毒，最後一場會在下午幾時幾分結束？

<解析>

$$2:40 \times 4 = 10:40 \text{ (2 分)}$$

$$30 \times 3 = 90 \text{ 分} = 1 \text{ 時 } 30 \text{ 分 (2 分)}$$

$$10:50 + 1:30 + 10:40 = 23:00 \text{ (2 分)}$$

$$\text{下午 } 11 \text{ 時 } 0 \text{ 分結束 (4 分)}$$

2. Two people, Andy and Bob, are running on a circular track. (軌道) The two of them walked towards each other at the same time. When they met head-on (迎面) for the first time, Andy was 120 meters away. After the encounter, both men moved on. When they met head-on for the second time, Andy traveled another 240 meters. At this time, Bob is still 160 meters away from the starting point. Then the length of the circular runway is _____ meters.

<解析>

假設跑道一圈 x 公尺

第一次相遇: Andy 走 120 公尺, Bob 走了 $0.5x-120$ 公尺(2 分)

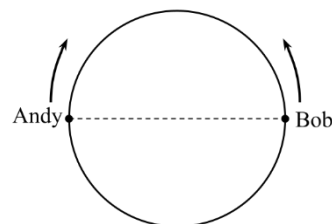
第二次相遇: Andy 走 240 公尺, Bob 走了 $x-160-(0.5x-120)$ 公尺(2 分)

$240 \div 120 = 2$ (2 分)

$(0.5x-120) \times 2 = x-160-(0.5x-120)$ (2 分)

$x-240 = x-160-0.5x+120$

$0.5x = 240-40 = 200$, $x = 400$ (2 分)



<另解>

算術方法, 確定 Andy、Bob 之間的距離。

(1) 如圖, 從 Andy、Bob 第一次相遇到二次相遇 Andy 行 240 米, 而從開始到 Andy、Bob 第一次相遇 Andy 行 120 米, 所以, A、B 為圓形跑道的直徑兩端。

(2) 圓形跑道長 $(120+240-160) \times 2 = 400$ 米。

