

第二十屆 國際數學競賽台灣區初賽

Twentieth International Mathematics Contest (Taiwan)

國小五年級組

考生姓名		試題 總分	
准考證號碼			

◎參賽學生請將試題答案填寫到答案表內。

◎計算題需在試題空白處列出計算過程，只寫答案沒有計算過程，不予計分。

選擇題答案區

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

考試時間:60 分鐘 卷面總分:300 分

《考時時間尚未開始請勿翻閱》

一、 選擇題(每題 10 分，共 250 分)

1. 紅、黃、藍、白、黑五種顏色的珠子各 2 粒放在布袋中，最少要從布袋取出多少粒珠子，便一定有 2 粒是同一種顏色? (A)8 (B)7 (C)6 (D)4

<解析>

紅、黃、藍、白、黑各拿 1 顆

另一顆是任意色

故最少拿出 $5+1=6$ 顆，選 C。

2. 若水庫的水位每天下降 4 公尺，三天前的水位與目前相比是高或低多少公尺?(A)高 12 公尺 (B)低 12 公尺 (C)高 8 公尺 (D)低 8 公尺

<解析>

3 天前的水位差 $4 \times 3 = 12$

每天下降，故三天前比目前水位高

高 12 公尺，選 A。

3. Which one is closest to the value of 7.09×5.1 ? (A) 7×5 (B) 8×5 (C) 8×4 (D) 7×6

<解析>

$7.09 \approx 7$

$5.1 \approx 5$

故最接近的值 $= 5 \times 7$ ，選 A。

4. 7 顆蘋果賣 100 元，11 顆梨子賣 200 元，媽媽買 14 顆蘋果和 33 顆梨子共要付多少元?(A)700 (B)800 (C)900 (D)1000

<解析>

$100 \div 7 \times 14 = 200$

$200 \div 11 \times 33 = 600$

$200 + 600 = 800$ ，選 B。

5. 弟弟是童軍隊長，一次集隊時，橫排成一行，弟弟站在中間，無論從左或從右開始報數，弟弟報的數字都是 12，請問該隊童軍共有幾人? (A)21 (B)22 (C)23 (D)24

<解析>

$12 + 12 - 1 = 23$ ，選 C。

6. 計算 $11 \times 22 + 22 \times 33 + 33 \times 44 + 44 \times 55 + 55 \times 66 = ?$ (A)8470 (B)8570 (C)8250 (D)8350

<解析>

原式 $= 11 \times 11 \times 2 + 11 \times 2 \times 11 \times 3 + 11 \times 3 \times 11 \times 4 + 11 \times 4 \times 11 \times 5 + 11 \times 5 \times 11 \times 6$

$= 11 \times 11 \times 2 + 11 \times 11 \times 6 + 11 \times 11 \times 12 + 11 \times 11 \times 20 + 11 \times 11 \times 30$

$= 121 \times (2 + 6 + 12 + 20 + 30) = 121 \times 70 = 8470$ ，選 A。

7. 小新、艾華、阿寶三人每隔不同的天數都要去巡邏社區一次，小新每3天巡邏一次，艾華每4天巡邏一次，阿寶每5天巡邏一次，星期五他們三人恰好同一天巡邏，下一次他們三人才能再一起巡邏，那天是星期幾？(A)二 (B)三 (C)四 (D)五

<解析>

3的倍數:3、6、9、12、15、18、21、24、27、30、33、36、39、42、45、48、51、54、57、60

4的倍數:4、8、12、16、20、24、28、32、36、40、44、48、52、56、60

5的倍數:5、10、15、20、25、30、35、40、45、50、55、60

3、4、5的公倍數:60

$60 \div 7 = 8 \dots 4$

從星期五往後數4天是星期二，選A。

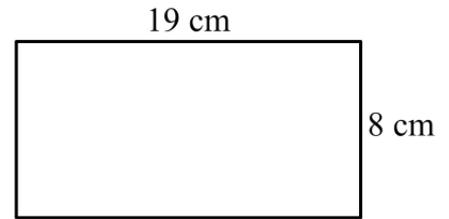
8. 假如把長方形的長度減少4公分，寬度增加4公分，請問下列哪一個選項是正確的？
(A)面積不變，周長變少 (B)面積增加，周長減少 (C)面積增加，周長不變 (D)面積減少，周長不變

<解析>

周長 $= (19+8) \times 2 = 54$ ，新周長 $= (19-4+8+4) \times 2 = 54$

面積 $= 19 \times 8 = 152$ ，新面積 $= (19-4) \times (8+4) = 15 \times 12 = 180$

故周長不變，面積增加，選C。



9. 桌面上有十張牌，每張牌的兩面各有一個數字，兩面的數字和為10，且每張牌某一面的數字是0或1的其中1個。若桌上的十張牌一開始朝上的牌面數字和為31，今將朝上的牌面數字1之牌翻面後，結果朝上的牌面數字和變為47，則翻面的牌有多少張？(A)1 (B)2 (C)3 (D)4

<解析>

數字組合(10, 0)或(9, 1)

若背面數字=1，翻面後的數字=9，每張牌增加 $9-1=8$

若背面數字=0，翻面後的數字=10，每張牌增加 $10-0=10$

\therefore 沒翻動0或10，數字和不影響

$47-31=16$

$16 \div 8 = 2$ ，被翻動的張數(原牌面數字=1)，選B。

10. 弟弟今年的歲數多1歲，剛好是哥哥今年的歲數的一半；哥哥今年的歲數多1歲，剛好是弟弟今年的歲數的3倍，哥哥比弟弟多幾歲？(A)3 (B)4 (C)5 (D)6

<解析>

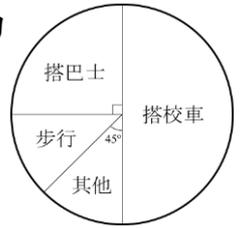
哥哥=弟弟+1+弟弟+1

哥哥+1=弟弟+弟弟+弟弟 \rightarrow 哥哥=弟弟+弟弟+弟弟-1

弟弟+1+弟弟+1=弟弟+弟弟+弟弟-1

弟弟=3，哥哥 $= 3+1+3+1=8$ 相差 $8-3=5$ ，選C。

11. 某校有學生 1120 人，右圖表示他們往返學校的各種方式，請問步行的學生大約有多少人? (A)140 (B)145 (C)180 (D)200



<解析>

$$360^\circ - 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$1120 \times \frac{45}{360} = 140, \text{ 選 A。}$$

12. 真好喝牌飲料每瓶 10 元，促銷期間，3 個瓶蓋可再換 1 瓶，詠潔拿 200 元，最多可以喝到多少瓶飲料? (A)27 (B)28 (C)29 (D)30

<解析>

購買或兌換	瓶	瓶蓋
$200 \div 10 = 20$	20	20
$20 \div 3 = 6 \dots 2$	6	$6 + 2 = 8$
$8 \div 3 = 2 \dots 2$	2	$2 + 2$
$4 \div 3 = 1 \dots 1$	1	$1 + 1$

最多 $20 + 6 + 2 + 1 = 29$ 瓶，選 C。

13. What is the sum of all the numbers of natural numbers 1, 2, 3, ..., 9998, 9999? (ex. The sum of 37 numbers is $3 + 7 = 10$) (A)18000 (B)180000 (C)36000 (D)360000

<解析>

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, , 9996, 9997, 9998, 9999 數字和



$$\text{數字和} = \frac{36 \times 10000}{2} = 180000, \text{ 選 B。}$$

14. 如右圖，有多少個正方形? (A)25 (B)26 (C)27 (D)28

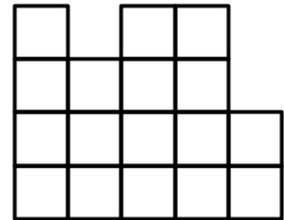
<解析>

正方形(1)=17

正方形(4)=8

正方形(9)=2

共有 $17 + 8 + 2 = 27$ 個，選 C。



15. 下列每題的數字都有一定的關係，將適當的數字填入漏空的空格內:

4	6	?	9	1	8
13	17	15	23	7	21

(A)3 (B)5 (C)9 (D)6

<解析>

$$4 \times 2 + 5 = 13$$

$$6 \times 2 + 5 = 17$$

$$9 \times 2 + 5 = 23$$

$$\square \times 2 + 5 = 15, \square = 5, \text{ 選 B。}$$

16. 右圖是由一個正方形及一個梯形拼接而成，求 S 的長度是？

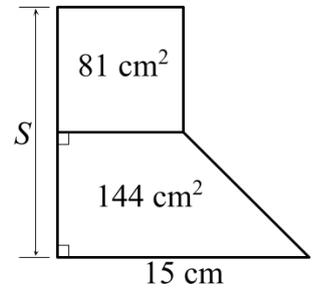
(A)18 (B)19 (C)20 (D)21

<解析>

正方形邊長: $\square \times \square = 81$, $\square = 9$

求梯形的高: $(9+15) \times \square \div 2 = 144$, $\square = 12$

則 $S = 9 + 12 = 21$, 選 D



17. 在等差數列 100、200、300、400、500、600 插入一些正整數後，仍然是等差數列，那麼加入後，不可能是幾項？(A)11 (B)26 (C)31 (D)51

<解析>

差 = $200 - 100 = 100$ ，故差數規律 = $\frac{100}{n}$

故 $n = 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100$

則 $n = 1$ ，差 = 100，數列 = 100、200、300、400、500、600 (6 項)

則 $n = 2$ ，差 = 50，數列 = 100、150、200、250、300、350、400、450、500、550、600 ($6 + 5 \times 1 = 11$ 項)

則 $n = 4$ ，差 = 25，數列 = 100、125、150、175、200、225、250、275、300、325、350、375、400、425、450、475、500、525、550、575、600 ($6 + 5 \times 3 = 21$ 項)

依此類推

則 $n = 5$ ，差 = 20，數列 = 100、120、...、600 ($6 + 5 \times 4 = 26$ 項)

則 $n = 10$ ，差 = 10，數列 = 100、110、...、600 ($6 + 5 \times 9 = 51$ 項)

則 $n = 20$ ，差 = 5，數列 = 100、105、...、600 ($6 + 5 \times 19 = 101$ 項)

則 $n = 25$ ，差 = 4，數列 = 100、105、...、600 ($6 + 5 \times 24 = 126$ 項)

則 $n = 50$ ，差 = 2，數列 = 100、102、...、600 ($6 + 5 \times 49 = 251$ 項)

則 $n = 100$ ，差 = 1，數列 = 100、101、...、600 ($6 + 5 \times 99 = 501$ 項)

不可能是 31 項，選 C。

18. 有六個連續奇數，其這六個數的平均數與最小奇數相差多少？(A)4 (B)5 (C)6 (D)7

<解析>

令最小連續奇數: 1、3、5、7、9、11

其平均數 = $(1+3+5+7+9+11) \div 6 = 36 \div 6 = 6$

$6 - 1 = 5$ ，選 B。

19.



根據圖形規律，你認為下一個圖形需要幾個小黑色三角形？(A)14 (B)15 (C)16 (D)17

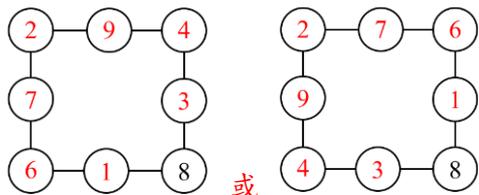
<解析>

$3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 12$ ，邊長多 1，其三角形的數量多 3

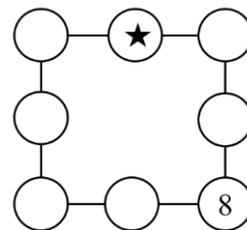
下一個圖形數量 = $12 + 3 = 15$ ，選 B。

20. 直行、橫列的三個數字之和都是 15，其中一格的數字是 8，且數字 5 不能填，求★可能填入哪個數字？(A)4 (B)6 (C)3 (D)9

<解析>



★=9 或 7，選 D。

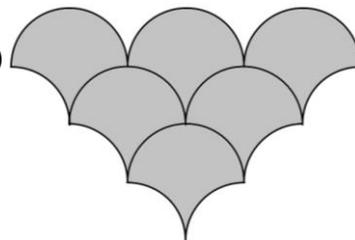
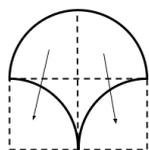


21. The figure on the right is composed of 6 semicircle arcs (半圓弧) and $6 \frac{1}{4}$ arcs(弧). If the diameter is 3, what is the area of the gray part in square units? (A) 9π (B) 27 (C) 30 (D) 12π

<解析>

將圖形重新組合可補矩形

面積 = $3 \times \frac{3}{2} \times 6 = 27$ ，選 B。



22. 定義： n 階乘 $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ ，例如： $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$ ，若 $x! = 6! \times 7!$ ，則 $x = ?$ (A) 13 (B) 9 (C) 10 (D) 42

<解析>

$x! = 7! \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 7! \times 8 \times 9 \times 10 = 10!$ ，則 $x = 10$

選 C。

23. 數列 $2, 2^2, 2^{2^2}, 2^{2^{2^2}}, \dots$ 至少第幾項會大於 1000^{1000} ? ($2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$) (A) 4 (B) 5 (C) 101 (D) 1001

<解析>

① $1000^{1000} = (10^3)^{1000}$

② $a_1 = 2$

$a_2 = 2^2 = 2 \times 2 = 4$

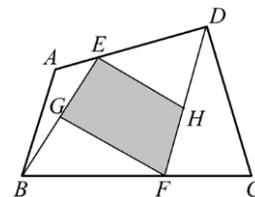
$a_3 = 2^{2^2} = 2^4 = 16$

$a_4 = 2^{a_3} = 2^{16} = 2^{10} \times 2^6 = 1024 \times 64 = 65536$

$a_5 = 2^{a_4} = 2^{65536} = (2^{10})^{6553} \times 2^6 = 1024^{6553} \times 2^6 > (10^3)^{6553} \times 64 > (10^3)^{1000}$

故第 5 項，選 B。

24. Refer to the diagram, the area of quadrilateral $ABCD$ is 120 square units, $\overline{ED}=2\overline{AE}$, $\overline{BF}=2\overline{FC}$. G and H are midpoints of \overline{BE} and \overline{DF} , respectively. What is the area of the shaded quadrilateral $EGFH$? (A)30 (B)35 (C)40 (D)60



<解析>

① 四邊形 $EBFD=2(x+y)$

四邊形 $ABCD=3(x+y)$

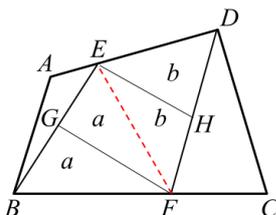
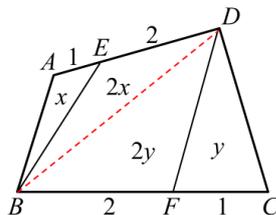
→ 四邊形 $EBFD=\frac{2}{3}\times$ 四邊形 $ABCD=\frac{2}{3}\times 120=80$

② 四邊形 $EGFH=a+b$

四邊形 $EBFD=2(a+b)$

→ 四邊形 $EGFH=\frac{1}{2}\times$ 四邊形 $EBFD=\frac{1}{2}\times 80=40$

選 C。



25. 如右表所示，把奇數按照一定規律排列，那麼在帶圓圈的數中，從小到大第 20 個數為何? (A)599 (B)699 (C)799 (D)899

<解析>

3、7、19、31、51、71、99、127、163、199

$a_2=7$

$a_4=7+12\times 2$

$a_6=7+12\times 2+20\times 2$

$a_8=7+12\times 2+20\times 2+28\times 2=7+2\times(12+20+28)$

$a_{10}=7+12\times 2+20\times 2+28\times 2+36\times 2=7+2\times(12+20+28+36)$

.....

$a_{20}=7+2\times(12+20+28+\dots+b_9)=7+2\times\frac{9\times[2\times 12+8\times 8]}{2}=7+9\times(24+64)=7+792=799$

選 C。

49	51	53	55	57	59	61
47	17	19	21	23	25	63
45	15	1	3	5	27	65
43	13	11	9	7	29	67
41	39	37	35	33	31	69
	73	71

二、 計算題(25分/25分，共50分，請寫出計算過程，可得過程分)

1. 數獨謎題求解，在空格內填入1~6，每個直行、橫列及2x3粗線框格內的數字都不重複。

<解析>

5	2	6	3	4	1
4	3	1	5	2	6
6	1	2	4	5	3
3	4	5	6	1	2
2	6	4	1	3	5
1	5	3	2	6	4

正確填對第1格給5分

每多對1格再給1分，共有20格

21格全填對給25分(5+20)

	2		3		1
4	3				6
	1		4		
3		5		1	
				3	
1		3			4

2. 大立和阿德各自走路回家，大立走10分鐘，阿德走14分鐘，阿德走的路程比大立走的路程多 $\frac{1}{6}$ ，而大立每分鐘比阿德多走12公尺，阿德走了多少公尺才回到家？

<解析>

假設大立回家的路程為6小段，阿德回家的路程為 $6 \times (1 + \frac{1}{6}) = 7$ 小段

$14 \div 7 = 2 \dots \dots$ 阿德走1小段要2分鐘

$10 \div 2 = 5 \dots \dots$ 10分鐘阿德可以走5小段

大立走10分鐘走了6小段，比阿德多1小段

$12 \times 10 = 120$

$120 \times 7 = 840$

<另解>

設阿德每分鐘走a公尺，大立每分鐘走a+12公尺

$$14a = 10(a+12) \times (1 + \frac{1}{6})$$

$$84a = (10a+120) \times 7$$

$$84a = 70a + 840$$

$$14a = 840, a = 60, \text{ 阿德} = 14 \times 60 = 840$$