

第二十屆 國際數學競賽台灣區初賽

Twentieth International Mathematics Contest (Taiwan)

國小四年級組

| | | | |
|-------|--|----------|--|
| 考生姓名 | | 試題 總分 | |
| 准考證號碼 | | | |

◎參賽學生請將試題答案填寫到答案表內。

◎計算題需在試題空白處列出計算過程，只寫答案沒有計算過程，不予計分。

選擇題答案區

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | | | | |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| | | | | |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| | | | | |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| | | | | |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| | | | | |

考試時間:60 分鐘 卷面總分:300 分

《考時時間尚未開始請勿翻閱》

一、 選擇題(每題 10 分，共 250 分)

1. 紅、黃、藍、白、黑五種顏色的珠子各 2 粒放在布袋中，最少要從布袋取出多少粒珠子，便一定有 2 粒是同一種顏色? (A)8 (B)7 (C)6 (D)4

<解析>

紅、黃、藍、白、黑各拿 1 顆

另一顆是任意色

故最少拿出 $5+1=6$ 顆，選 C。

2. 若水庫的水位每天下降 4 公尺，三天前的水位與目前相比是高或低多少公尺?(A)高 12 公尺 (B)低 12 公尺 (C)高 8 公尺 (D)低 8 公尺

<解析>

3 天前的水位差 $4 \times 3 = 12$

每天下降，故三天前比目前水位高

高 12 公尺，選 A。

3. If $12 \times H = K$, which of the following options is correct? (A) $H = 12 \times K$ (B) $H = 12 \div K$ (C) $H = K \times 12$
(D) $H = K \div 12$

<解析>

$12 \times H = K$

$H = K \div 12$

選 D。

4. 玩具汽車每個賣 235 元，阿傑一次買了 4 台，付了千元鈔票 1 張，可找回多少元?
(A)60 (B)160 (C)40 (D)140

<解析>

$235 \times 4 = 940$

$1000 - 940 = 60$ ，選 A。

5. 弟弟是童軍隊長，一次集隊時，橫排成一行，弟弟站在中間，無論從左或從右開始報數，弟弟報的數字都是 12，請問該隊童軍共有幾人? (A)21 (B)22 (C)23 (D)24

<解析>

$12 + 12 - 1 = 23$ ，選 C。

6. 計算 $11 \times 22 + 22 \times 33 + 33 \times 44 + 44 \times 55 + 55 \times 66 = ?$ (A)8470 (B)8570 (C)8250 (D)8350

<解析>

原式 $= 11 \times 11 \times 2 + 11 \times 2 \times 11 \times 3 + 11 \times 3 \times 11 \times 4 + 11 \times 4 \times 11 \times 5 + 11 \times 5 \times 11 \times 6$

$= 11 \times 11 \times 2 + 11 \times 11 \times 6 + 11 \times 11 \times 12 + 11 \times 11 \times 20 + 11 \times 11 \times 30$

$= 121 \times (2 + 6 + 12 + 20 + 30) = 121 \times 70 = 8470$ ，選 A。

7. 一袋糖果平分給 13 個人，每人可以分到 7 顆，還剩下 5 顆，如果把同樣的一袋糖果分給 6 個人，每人可以分到幾顆糖果? (A)14 (B)15 (C)16 (D)17

<解析>

$$13 \times 7 + 5 = 96$$

$$96 \div 6 = 16, \text{ 選 C。}$$

8. 奶奶今年 81 歲，姐姐今年年齡的 7 倍少 3 歲剛好與奶奶年齡一樣，奶奶比姐姐多幾歲? (A)68 (B)69 (C)70 (D)71

<解析>

$$81 + 3 = 84$$

$$84 \div 7 = 12$$

$$81 - 12 = 69, \text{ 選 B。}$$

9. 農場裡有 136 隻羊，牛的數量是羊的 2 倍多 108 隻，牛羊共有多少隻? (A)516 (B)380 (C)506 (D)370

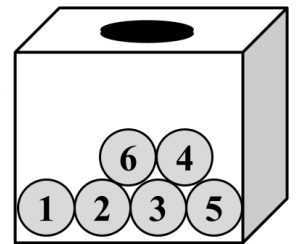
<解析>

$$136 \times 2 = 272$$

$$272 + 108 = 380$$

$$380 + 136 = 516, \text{ 選 A。}$$

10. 抽獎箱裡有 6 個小球，上面寫上 1~6 六個號碼，如果每次抽出兩個小球，然後將它們相乘，下面哪一個不會是相乘的結果? (A)8 (B)15 (C)28 (D)30



<解析>

$$8 = 2 \times 4$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$28 = 4 \times 7 \text{ (不合)}$$

$$30 = 5 \times 6$$

選 C。

11. 甲比乙重 2 公斤，甲比丙輕 1 公斤，丙比丁重 4 公斤，請問下面哪一句話是正確的?
(A)甲最重，丁最輕 (B)丙最重，乙最輕 (C)乙最重，丁最輕 (D)丙最重，丁最輕

<解析>

$$\text{甲} > \text{乙}, \text{丙} > \text{甲}, \text{丙} > \text{丁}$$

$$\text{假設甲} = 10, \text{乙} = 8, \text{丙} = 11, \text{丁} = 7$$

故丙最重，丁最輕，選 D

12. 真好喝牌飲料每瓶 10 元，促銷期間，3 個瓶蓋可再換 1 瓶，詠潔拿 200 元，最多可以喝到多少瓶飲料? (A)27 (B)28 (C)29 (D)30

<解析>

| 購買或兌換 | 瓶 | 瓶蓋 |
|-------------------------|----|-------------|
| $200 \div 10 = 20$ | 20 | 20 |
| $20 \div 3 = 6 \dots 2$ | 6 | $6 + 2 = 8$ |
| $8 \div 3 = 2 \dots 2$ | 2 | $2 + 2 = 4$ |
| $4 \div 3 = 1 \dots 1$ | 1 | $1 + 1 = 2$ |

最多 $20 + 6 + 2 + 1 = 29$ 瓶，選 C。

13. 若 $3 \square 5 \square 7 = 3 \square 3$ ，問 \square 內由左向右依序填入哪個運算符號? (A) $\times, -, \times$ (B) $+, -, \div$ (C) $+, \div, \div$ (D) $+, +, \times$

<解析>

$$3 + 5 - 7 = 3 \div 3$$

依序是 $+, -, \div \rightarrow$ 選 B。

14. How many squares(正方形) are there in the figure on the right?
(A)25 (B)26 (C)27 (D)28

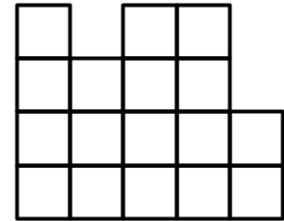
<解析>

$$\text{正方形}(1) = 17$$

$$\text{正方形}(4) = 8$$

$$\text{正方形}(9) = 2$$

共有 $17 + 8 + 2 = 27$ 個，選 C。



15. 下列每題的數字都有一定的關係，將適當的數字填入漏空的空格內：

| | | | | | |
|----|----|----|----|---|----|
| 4 | 6 | ? | 9 | 1 | 8 |
| 13 | 17 | 15 | 23 | 7 | 21 |

- (A)3 (B)5 (C)9 (D)6

<解析>

$$4 \times 2 + 5 = 13$$

$$6 \times 2 + 5 = 17$$

$$9 \times 2 + 5 = 23$$

$$\square \times 2 + 5 = 15, \square = 5, \text{選 B。}$$

16. 一條 650 公分長的鐵絲，每 45 公分剪成一段，全部可以剪成幾段？剩下幾公分？
(A)14 段，20 公分 (B)15 段，15 公分 (C)13 段，15 公分 (D)16 段，10 公分

<解析>

$$650 \div 45 = 14 \dots 20$$

剪成 14 段，剩下 20 公分，選 A。

17. 在等差數列 100、200、300、400、500、600 插入一些正整數後，仍然是等差數列，那麼加入後，不可能是幾項？(A)11 (B)26 (C)31 (D)51

<解析>

$$\text{差} = 200 - 100 = 100, \text{故差數規律} = \frac{100}{n}$$

故 $n=1、2、4、5、10、20、25、50、100$

則 $n=1$ ，差=100，數列=100、200、300、400、500、600 (6 項)

則 $n=2$ ，差=50，數列=100、150、200、250、300、350、400、450、500、550、600 ($6+5 \times 1=11$ 項)

則 $n=4$ ，差=25，數列=100、125、150、175、200、225、250、275、300、325、350、375、400、425、450、475、500、525、550、575、600 ($6+5 \times 3=21$ 項)

依此類推

則 $n=5$ ，差=20，數列=100、120、、、、($6+5 \times 4=26$ 項)

則 $n=10$ ，差=10，數列=100、110、、、、($6+5 \times 9=51$ 項)

則 $n=20$ ，差=5，數列=100、105、、、、($6+5 \times 19=101$ 項)

則 $n=25$ ，差=4，數列=100、105、、、、($6+5 \times 24=126$ 項)

則 $n=50$ ，差=2，數列=100、102、、、、($6+5 \times 49=251$ 項)

則 $n=100$ ，差=1，數列=100、101、、、、($6+5 \times 99=501$ 項)

不可能是 31 項，選 C。

18. 有六個連續奇數，前三數的和與後三數的和相差多少？(A)21 (B)18 (C)15 (D)12

<解析>

令最小連續奇數：1、3、5、7、9、11

其前三數=1+3+5=9，後三數=7+9+11=27

27-9=18，選 B。

19.



根據圖形規律，你認為下一個圖形需要幾個小黑色三角形？(A)14 (B)15 (C)16 (D)17

<解析>

3→6→9→12，邊長多 1，其三角形的數量多 3

下一個圖形數量=12+3=15，選 B。

20. 柯南家的時鐘，1 點敲 1 下，2 點敲 2 下，.....，12 點敲 12 下。星期天早上柯南在房間做功課，開始寫的時候正好掛鐘響了，當他寫完作業時，掛鐘又響，如果這期間掛鐘共敲響了 33 下，那麼柯南寫功課一共花費多少時間? (A)1 (B)2 (C)3 (D)4 小時

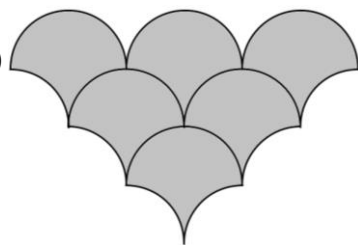
<解析>

$$33 \div 3 = 11$$

$$33 = 10 + 11 + 12$$

$$12 - 10 = 2, \text{ 選 B。}$$

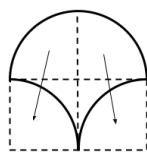
21. The figure on the right is composed of 6 semicircle arcs (半圓弧) and $6 \frac{1}{4}$ arcs(弧). If the diameter is 3, what is the area of the gray part in square units? (A) 9π (B) 27 (C) 30 (D) 12π



<解析>

將圖形重新組合可補矩形

$$\text{面積} = 3 \times \frac{3}{2} \times 6 = 27, \text{ 選 B。}$$



22. 定義: n 階乘 $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ ，例如: $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$ ，若 $x! = 6! \times 7!$ ，則 $x = ?$ (A) 13 (B) 9 (C) 10 (D) 42

<解析>

$$x! = 7! \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 7! \times 8 \times 9 \times 10 = 10!, \text{ 則 } x = 10$$

選 C。

23. 數列 $2, 2^2, 2^{2^2}, 2^{2^{2^2}}, \dots$ 至少第幾項會大於 1000^{1000} ? ($2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$)
(A) 4 (B) 5 (C) 101 (D) 1001

<解析>

$$\textcircled{1} 1000^{1000} = (10^3)^{1000}$$

$$\textcircled{2} a_1 = 2$$

$$a_2 = 2^2 = 2 \times 2 = 4$$

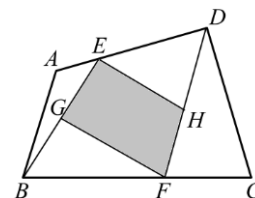
$$a_3 = 2^{2^2} = 2^4 = 16$$

$$a_4 = 2^{a_3} = 2^{16} = 2^{10} \times 2^6 = 1024 \times 64 = 65536$$

$$a_5 = 2^{a_4} = 2^{65536} = (2^{10})^{6553} \times 2^6 = 1024^{6553} \times 2^6 > (10^3)^{6553} \times 64 > (10^3)^{1000}$$

故第 5 項，選 B。

24. Refer to the diagram, the area of quadrilateral $ABCD$ is 120 square units, $\overline{ED}=2\overline{AE}$, $\overline{BF}=2\overline{FC}$. G and H are midpoints of \overline{BE} and \overline{DF} , respectively. What is the area of the shaded quadrilateral $EGFH$? (A)30 (B)35 (C)40 (D)60



<解析>

① 四邊形 $EBFD=2(x+y)$

四邊形 $ABCD=3(x+y)$

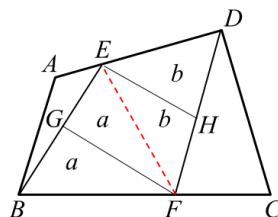
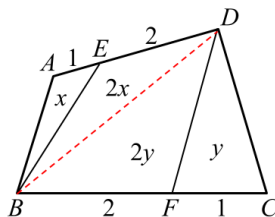
→ 四邊形 $EBFD=\frac{2}{3}\times$ 四邊形 $ABCD=\frac{2}{3}\times 120=80$

② 四邊形 $EGFH=a+b$

四邊形 $EBFD=2(a+b)$

→ 四邊形 $EGFH=\frac{1}{2}\times$ 四邊形 $EBFD=\frac{1}{2}\times 80=40$

選 C。



25. 如右表所示，把奇數按照一定規律排列，那麼在帶圓圈的數中，從小到大第 20 個數為何? (A)599 (B)699 (C)799 (D)899

<解析>

3、7、19、31、51、71、99、127、163、199

$a_2=7$

$a_4=7+12\times 2$

$a_6=7+12\times 2+20\times 2$

$a_8=7+12\times 2+20\times 2+28\times 2=7+2\times(12+20+28)$

$a_{10}=7+12\times 2+20\times 2+28\times 2+36\times 2=7+2\times(12+20+28+36)$

.....

$a_{20}=7+2\times(12+20+28+\dots+b_9)=7+2\times\frac{9\times[2\times 12+8\times 8]}{2}=7+9\times(24+64)=7+792=799$

選 C。

| | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|----|----|
| | | | | | | |
| 49 | 51 | 53 | 55 | 57 | 59 | 61 |
| 47 | 17 | 19 | 21 | 23 | 25 | 63 |
| 45 | 15 | 1 | 3 | 5 | 27 | 65 |
| 43 | 13 | 11 | 9 | 7 | 29 | 67 |
| 41 | 39 | 37 | 35 | 33 | 31 | 69 |
| | ... | ... | ... | ... | 73 | 71 |

二、 計算題(25分/25分，共50分，請寫出計算過程，可得過程分)

1. 數獨謎題求解，在空格內填入1~6，使每個直行、橫列及2x3粗線框格內的數字都不重複。

<解析>

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 2 | 6 | 3 | 4 | 1 |
| 4 | 3 | 1 | 5 | 2 | 6 |
| 6 | 1 | 2 | 4 | 5 | 3 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 |
| 2 | 6 | 4 | 1 | 3 | 5 |
| 1 | 5 | 3 | 2 | 6 | 4 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | | 3 | | 1 |
| 4 | 3 | | | | 6 |
| | 1 | | 4 | | |
| 3 | | 5 | | 1 | |
| | | | | 3 | |
| 1 | | 3 | | | 4 |

正確填對第1格給5分

每多對1格再給1分，共有20格

21格全填對給25分(5+20)

2. 服裝廠的工人，做1件上衣需要2小時，工人每人每天可以做4件上衣或做8件褲子，一件上衣和一條褲子為一套服裝，現有48名工人：

(1)每天最多可以生產多少套服裝？

(2)48人中需派多少人做上衣？

<解析>

$$(1) 48 \times 8 \div (2+1) = \frac{48 \times 8}{3} = 16 \times 8 = 128 \text{ 套}$$

$$(2) 48 \times \frac{2}{3} = 32$$