



# 第十九屆 IMC 國際數學競賽初賽(台灣)

The 19th IMC International Mathematics Preliminary Contest (Taiwan)

## 國小五年級(初賽)試卷

考試時間: 60 分鐘 卷面總分:300 分 得分: \_\_\_\_\_

### 一、選擇題(每題 10 分，共 250 分)

- ( D ) 1. 6 杯水可注滿一個水壺，11 個水壺的水可注滿一個水桶，那麼多少杯水才能注滿兩個水桶?(A)120 (B)100 (C)140 (D)132

<解析>

$$11 \times 6 = 66$$

$$66 \times 2 = 132$$

選 D。

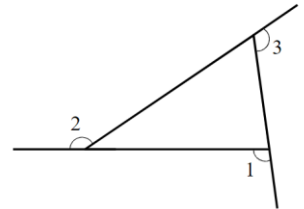
- ( D ) 2. In the triangle on the right, what is the sum of  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ , and  $\angle 3$ ? (A)  $180^\circ$  (B)  $210^\circ$  (C)  $270^\circ$  (D)  $360^\circ$

<解析>

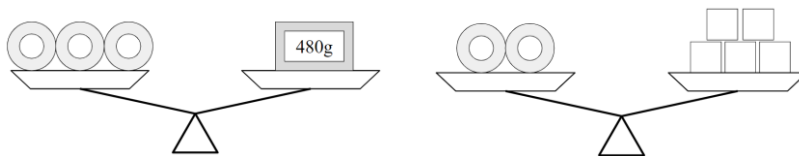
$$180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

$$540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$$

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ ，選 D。



- ( B ) 3. 下圖中，每個  $\square$  的重量是多少? (A)100g (B)64g (C)160g (D)120g



<解析>

$$480 \div 3 = 160$$

$$160 \times 2 = 320$$

$$320 \div 5 = 64$$

選 B。

- ( A ) 4. 某段直路的一邊，每兩燈柱間距離是 15 公尺，若有燈柱 16 支，請問第一支與最後一支的距離是多少公尺? (A)225 (B)265 (C)210 (D)375

<解析>

$$16 - 1 = 15$$

$$15 \times 15 = 225$$

選 A。

( D )5. 如果  $A > B > C > D > 0$ ，請問下列哪一個數值最大? (A)  $\frac{D}{A}$  (B)  $\frac{C}{B}$  (C)  $\frac{B}{C}$  (D)  $\frac{A}{D}$

分子越大，分母越小，其值越大

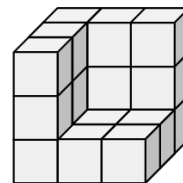
選 D。

( B )6. 右圖的立體模型，砌成一個正立方體，還需要小正方體積木多少塊? (A)4 (B)8 (C)16 (D)12

<解析>

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

選 B。



( A )7. 有 2 缸花生油，甲缸有油 60 公升，乙缸有油 36 公升，若要使兩缸的容量相等，應從甲缸抽幾公升到乙缸? (A)12 (B)15 (C)16 (D)14

<解析>

$$(60 - 36) \div 2 = 12$$

選 A。

星期	加班時數
一	4
二	3
三	0
四	5
五	4
六	2
日	3

( C )8. 右圖是某工人加夜班的時數表，請問他平均每天加班幾小時? (A)1 小時 (B)2 小時 (C)3 小時 (D)4 小時

<解析>

$$4 + 3 + 5 + 4 + 2 + 3 = 21$$

$$21 \div 7 = 3$$

選 C。

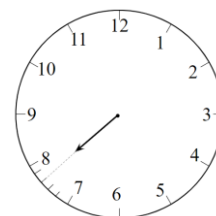
( A )9. 下圖的鐘面失去了分針，從時針的位置推算，大約可知道是多少時間? (A)7 時 36 分 (B)7 時 30 分 (C)7 時 20 分 (D)7 時 24 分

<解析>

$$60 \div 5 = 12$$

$$12 \times 3 = 36$$

故時間是 7 時 36 分，選 A。



( A )10. 有一個真分數，它的分子與分母之和為 2023，約分後的最簡分數是  $\frac{8}{9}$ ，則分子與分母相差多少? (A)119 (B)120 (C)121 (D)122

<解析>

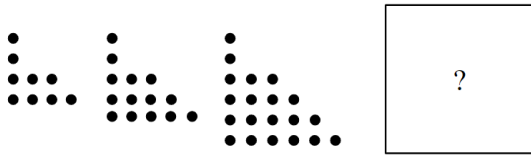
$$2023 \div (8 + 9) = 119$$

$$\text{分子} = 119 \times 8 = 952$$

$$\text{分母} = 119 \times 9 = 1071$$

則相差  $1071 - 952 = 119$ ，選 A。

( D ) 11. How many points are there in the fourth figure below? (A)23 (B)24 (C)25 (D)27



<解析>

$$7+6+5+4+3+1+1=27$$

選 D。

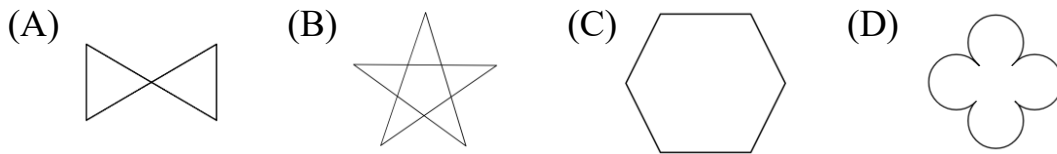
( C ) 12. 有紅、白、黑三種顏色的球，白球、紅球合在一起共有 5 個，紅球、黑球共有 10 個，黑球、白球共有 9 個，三種球共有多少個? (A)18 (B)16 (C)12 (D)10

<解析>

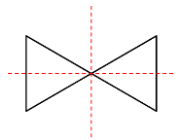
$$(5+10+9)\div 2=12$$

共有 12 顆，選 C。

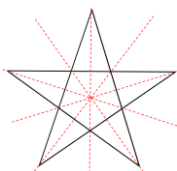
( C ) 13. Which of the following figures has the greatest number of axes of symmetry?



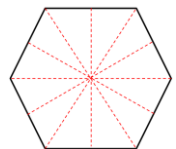
<解析>



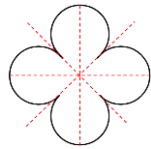
有 2 條對稱軸



有 5 條對稱軸



有 6 條對稱軸



有 4 條對稱軸

選 C。

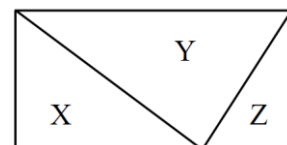
( D ) 14. 此長方形面積是由 X、Y、Z 三部分合成，哪一個敘述正確? (A) $X=Y=Z$  (B) $X+Y=Z$  (C) $Y+Z=X$  (D) $X+Z=Y$

<解析>

$\therefore Y$  占全部的一半

$\therefore X+Z$  也占全部的一半

選 D



( C )15.將 18 枝紅筆和 24 枝藍筆分給學生，全部分完，每個學生分到的紅筆一樣多，藍筆也一樣多，則學生人數不可能是下列哪一個? (A)2 (B)3 (C)4 (D)6

<解析>

18 的因數=1、2、3、6、9、18

24 的因數=1、2、3、4、6、8、12、24

公因數=1、2、3、6

故學生人數不可能是 4 位，選 C。

( C )16.萱萱有 50 元硬幣和 1 元硬幣共 20 枚，一元的枚數是 50 元的 3 倍，問萱萱共有多少元的硬幣? (A)150 (B)155 (C)265 (D)270

<解析>

$20 \div (3+1) = 5$

$5 \times 3 = 15$

錢數= $50 \times 5 + 1 \times 15 = 265$ ，選 C。

( B )17. There is a pile of iron pipes, the bottom layer is 19 pipes, each upper layer is reduced by one, and the top layer has only one pipe. How many iron pipes are there in this pile? (A)200 (B)190 (C)150 (D)140

<解析>

$1+2+3+\dots+19 = (1+19) \times 19 \div 2 = 190$

選 B。

( C )18. 美滿餐廳有 7 張桌子，編號 1~3 的桌子每張可以坐 4 個人，編號 4 號的桌子可以坐 3 個人，編號 5~7 的桌子每張可以坐 2 個人，如果全部坐滿，收入 5250 元，平均一位顧客的消費是多少元? (A)450 (B)350 (C)250 (D)150

<解析>

$4 \times 3 + 3 \times 1 + 2 \times 3 = 21$

$5250 \div 21 = 250$ ，選 C。

( C )19. 有一個三層式書架，最上層放 45 本書，中間層放 27 本書，最下層放 81 本書，後來莉莉在每層書架都拿走相同的書後。書架上剩下的書，最上層是中間層的 2 倍，最下層是最上層的 2 倍，請問莉莉拿走多少本書? (A)9 本 (B)18 本 (C)27 本 (D)36 本

<解析>

$(45-27) \div (2-1) = 18$

剩下的書：最上層= $18 \times 2 = 36$ ，中間層= $18 \times 1 = 18$ ，最下層= $36 \times 2 = 72$

故拿走= $(45-36) + (27-18) + (81-72) = 27$  本，選 C。

- ( D )20. 五年愛班學生共有男、女生 30 人，他們一起到果園去採摘芒果，共採摘了 15 天。前 9 天，每個男生每天採摘芒果 55 公斤，每個女生每天採摘芒果 40 公斤。最後 6 天每個學生每天都少採摘了 15 公斤，結果在 15 天裡，學生們共採摘芒果 19350 公斤。問男生有多少人？ (A)12 (B)14 (C)16 (D)18

<解析>

$$9 \times 55 + 6 \times (55 - 15) = 495 + 240 = 735$$

$$735 \times 30 = 22050$$

$$22050 - 19350 = 2700$$

$$2700 \div [(55 - 40) \times 15] = 12$$

$$30 - 12 = 18, \text{ 選 D。}$$

- ( B )21. 一把鑰匙開一把鎖，現在有不同的 12 把鎖，但它們各自的鑰匙全部放亂了，我們最多需要試開多少次就可以確保把它們重新配對好？(A)55 (B)66 (C)110 (D)132

<解析>

$$11 + 10 + 9 + \dots + 1 = (11 + 1) \times 11 \div 2 = 66(\text{次})$$

選 B。

- ( B )22. 右表中 16 個數：

①任找一個數字圈起來，再把圈起來的數字所在的行、列其他的數字打×。②剩下 9 個數字中，任找一個數字圈起來，再把圈起來的數字所在的行、列其他的數字打×。③剩下 4 個數字中，任找一個數字圈起來，再把圈起來的數字所在的行、列其他的數字打×。④最後剩下 1 個數字圈起來。

圈起來 4 個數字相加的和是固定的，請問下列何者錯誤？(A) $r=3$  (B) $s=12$  (C) $t=10$  (D) $p=7$

$p$	$q$	$r$	1
$s$	$t$	$v$	5
10	9	6	4
16	15	12	10

<解析>

$$q = 3 + (9 - 6) = 6; v = 5 + (6 - 4) = 7$$

$$r = 1 + (6 - 4) = 3; t = 7 + (9 - 6) = 10$$

$$p = 6 + (10 - 9) = 7; s = 10 + (16 - 15) = 11$$

∴選 B。

- ( C )23. The right column is the division of positive integers, the remainder is 7, and the number in the bold box is not 0. Find  $a+b-c-d=?$  (A)3 (B)4 (C)5 (D)6

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 \square a \overline{) \square \square \square b} \\
 \square \square \square \\
 \hline
 \square d \\
 \square c \square \\
 \hline
 \square \square \\
 \square \\
 \hline
 7
 \end{array}$$

<解析>

因為餘數是 7，除數  $a=8$  或  $a=9$

當  $a=8$

當  $a=9$ (不合)

$$\begin{array}{r}
 \mathbf{1} \mathbf{2} \mathbf{1} \\
 \mathbf{8} \overline{) \mathbf{9} \mathbf{7} \mathbf{5}} \\
 \mathbf{8} \phantom{00} \\
 \hline
 \mathbf{1} \mathbf{7} \\
 \mathbf{1} \mathbf{6} \\
 \hline
 \phantom{00} \mathbf{1} \mathbf{5} \\
 \phantom{00} \mathbf{8} \\
 \hline
 7
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \mathbf{1} \square \mathbf{1} \\
 \mathbf{9} \overline{) \mathbf{9} \square \mathbf{6}} \\
 \mathbf{9} \phantom{00} \\
 \hline
 \mathbf{0} \square \\
 \square \square \\
 \hline
 \phantom{00} \mathbf{1} \mathbf{6} \\
 \phantom{00} \mathbf{9} \\
 \hline
 7
 \end{array}$$

$\therefore a=8, b=5, c=1, d=7$ ，則  $8+5-1-7=5$ ，選 C。

- ( A )24. 通訊公司員工有 3 天連假，員工可從 12 月 17 日(六)到 12 月 24 日(六)，這 8 天中連續 3 天放假，用抽籤的方式來決定，員工云蓉抽中星期六或星期日的機率是多少? (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{2}{7}$

<解析>

(六、日、一)，(日、一、二)，(一、二、三)，(二、三、四)，(三、四、五)，(四、五、六)  
共有 6 種

其中星期六或星期日有 3 種，所以機率  $=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ ，選 A。

- ( B )25.  $n!$  表示  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n$  (例如:  $4!=1 \times 2 \times 3 \times 4=24$ )，如果計算  $15!=130767a368000$ ，則  $a=?$  (A)3 (B)4 (C)5 (D)6

<解析>

$15!$  的質數有 2、3、5、7、11、13

$\therefore 130767 a368000$  符合 11 的倍數

$(3+7+7+3+8+0)-(1+0+6+a+6+0+0)$  是 0 或 11 的倍數

$28-13-a=0$ ， $a=15$ (不合)

$28-13-a=11$ ， $a=4$ ，選 B。

<另解>

$15!$  是 9 的倍數

$1+3+7+6+7+a+3+6+8$  是 9 的倍數

$41+a=45$ ， $a=4$

## 二、 計算題(25分/25分，共50分，請寫出計算過程，可得過程分)

1. 萱萱一家四人去搭乘纜車，纜車的搭乘規定如圖。當某臺纜車開放搭乘時，萱萱算了一下，排在他們家前面還有40位乘客，若萱萱家四人想搭乘同一臺纜車，請問(1)萱萱一家四人，在沒有遞補的情況下，她們最快等多久才能搭上同一台纜車？(2)她們最多需等多久時間才能搭乘到纜車？

<解析>

$$(1) 40 \div 8 = 5$$

$$30 \times 5 = 150 \text{ 秒(或 2 分 30 秒)}$$

(2)每臺都搭乘5人，萱萱一家四人就無法搭乘，會由後面的人補滿8人

$$40 \div 5 = 8 \text{ (次)}$$

$$30 \times 8 = 240 \text{ 秒} = 4 \text{ 分鐘。}$$

答: (1)2分30秒 (2)4分鐘

纜車搭乘規定:

1. 每臺纜車搭乘的人數為6~8人。

2. 固定每30秒會有一臺纜車開放搭乘。

3. 乘客請排隊依序上車，但若纜車未滿8人，開放願意補足8人之乘客優先上車。

2. 民國年數加上1911就是西元年數，例如:王叔叔民國74年出生即西元 $74+1911=1985$ 年，今年是2022年，所以他今年是 $2022-1985=37$ 歲。請你用「小文今年的年齡12歲，小文的手機號碼最後兩碼是13」，求出下列□是多少？

①小文的手機號碼的最後兩位數字

②把這個數字乘以8

③然後加上16，再乘以125

④得到的積數除以10

⑤把得到的數加上□

⑥最後一個步驟，用這個和數減去小文出生的西元年，現在你(妳)看到的四位數的數字，前兩位數是小文的手機號碼最後兩位數，接下來就是小文的實際年齡。

<解析>

$$\text{小文出生 } 2022-12=2010$$

$$(13 \times 8 + 16) \times 125 \div 10 + \square - 2010 = 1312$$

$$120 \times 125 \div 10 + \square - 2010 = 1312$$

$$1500 + \square - 2010 = 1312$$

$$\square = 1312 + 2010 - 1500 = 1822$$

答:  $\square = 1822$