



第十六屆IMC國際數學競賽 台灣區初賽
16th International Mathematics Primary Contest (Taiwan)

國中一年級組

請將答案寫在答案卷上

一、選擇題(每題 10 分，共 250 分)

(**B**)1. 小茂家裡有四個孩子，由大到小恰好都相差 2 歲，但他們的年齡相乘得積 1920，則四個孩子的年齡總和是多少？

(A)26 (B)28 (C)30 (D)32 歲。

<解析>

$$1920=4\times 6\times 8\times 10$$

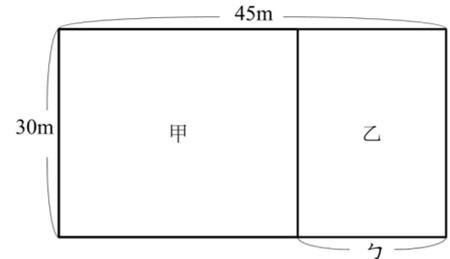
$$4+6+8+10=28, \text{ 選 B。}$$

(**C**)2. 長方形土地一塊，已知甲：乙面積比為 7：3，問 \square 的長度是多少公尺？(A)10.5 (B)12.5 (C)13.5 (D)14.5 公尺

<解析>

面積比=長的比

$$45\div(7+3)\times 3=13.5, \text{ 選 C。}$$



(**D**)3. 姊姊跑步的速度是小華的 1.2 倍，如果兩人同時跑了 5 分鐘，姊姊跑的距離比小華多了 150 公尺，小華跑 5 分鐘的距離是多少公尺？(A)650 (B)680 (C)720 (D)750 公尺

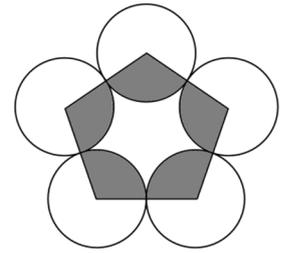
<解析>

$$150\div(1.2-1)=750$$

(**B**)4.右圖中的 5 個圓，半徑均為 10 公分，連接 5 個圓的圓心，求灰色部分的面積? (A)314 (B)471 (C)628 (D)785 平方公分

<解析>

$$10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{540^\circ}{360^\circ} = 471, \text{ 選 B。}$$



(**B**)5. There was a bamboo standing straight in a pool. There was $\frac{3}{7}$ of the bamboo in the water and took it out. The bamboo has inverted to stand in the water. As a result, no water part is 150 cm, then how deep the pool was? (A)420 (B)450 (C)480 (D)490 cm

翻譯: 池中直立著一根竹子。竹子的 $\frac{3}{7}$ 在水中，把它拿出來。竹子倒立在水中。結果，沒有水的部分是 150 公分，那麼游泳池有多深？

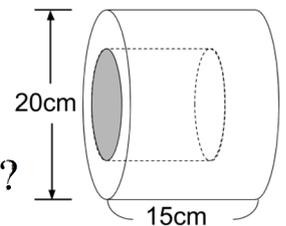
<解析>

$$1 - \frac{3}{7} - \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$$

$$150 \div \frac{1}{7} = 1050$$

$$1050 \times \frac{3}{7} = 450, \text{ 選 B。}$$

(**A**)6.有一個無蓋的水泥圓柱，外圍直徑是 20 公分，高是 15 公分，側面與底面的厚度皆是 5 公分，如右圖，水泥部分的體積大約是多少立方公分? (A)3925 (B)3928 (C)3932 (D)3942 立方公分



<解析>

$$20 - 5 - 5 = 10$$

$$10 \div 2 = 5$$

$$5 \times 5 \times 10 \times 3.14 = 785$$

$$10 \times 10 \times 15 \times 3.14 = 4710$$

$$4710 - 785 = 3925, \text{ 選 A。}$$

(B)7. 5 個工人輪流看守倉庫，每次輪值 3 個人，自下午 7 時 20 分到第二天上午 6 時 20 分，請問每人平均輪值多久時間？

(A)18 時 20 分 (B)6 時 36 分 (C)2 時 12 分 (D)3 時 40 分

<解析>

$$12:00-7:20=4:40$$

$$4:40+6:20=11$$

$$11 \times 60 \div 5 \times 3 = 396 \text{ 分} = 6 \text{ 小時 } 36 \text{ 分}，\text{選 B。}$$

(D)8. 有一塊面積是 1600 平方公尺的正方形土地，把它畫在比例尺  的地圖上，地圖上的正方形土地周長是多少公分？

(A)26 (B)28 (C)30 (D)32 公分

<解析>

$$1600 = 40 \times 40$$

$$4 : 20 = \square : 40$$

$$\square = 8$$

$$\text{周長} = 8 \times 4 = 32，\text{選 D。}$$

(C)9. 有艘船在長 60 公里的航道往返，逆流而上用了 12 小時，順流而下用了 8 小時，靜水中時速是多少公里？

(A)1.06 (B)1.12 (C)1.25 (D)1.32 公里

<解析>

$$60 \div 12 = 5，60 \div 8 = 7.5$$

$$(7.5 - 5) \div 2 = 1.25，\text{選 C。}$$

(A)10. There is a road which is x km. Angela walks from east to west and the speed is 85 m/min. Paul walks from west to east and the speed is 100 m/min. After 15 minutes, they will meet on the road. What is the length of the road? (A)2.775 (B)2.83 (C)2.96 (D)3.15 km

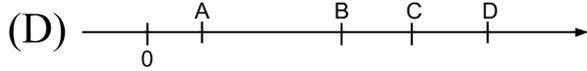
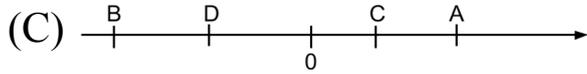
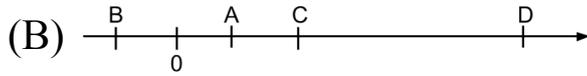
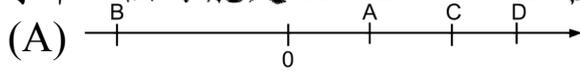
翻譯：一條馬路長 x 公里，Angela 由東向西走，每分鐘走 85 公尺，Paul 由西向東走，每分鐘走 100 公尺，15 分鐘後兩人會相遇，馬路長多少公里？

<解析>

$$(100 + 85) \times 15 = 2775 \text{ 公尺} = 2.775 \text{ 公里}$$

選 A

(A)11.數線上 A(a)、B(b)、C(c)、D(d) 且 $|a-b| > |c-d|$ ， $ab < 0$ ， $cd > 0$ ，則下列哪一個可能是 A、B、C、D 在數線上的位置？



<解析>

$ab < 0 \rightarrow a、b$ 為異號， $cd > 0 \rightarrow c、d$ 為同號

且 $|a-b| > |c-d| \rightarrow \overline{AB} > \overline{CD}$

選 A。

(C)12.甲、乙、丙、丁、戊五人參加象棋比賽，每兩人都必須比賽一場，且每場都要分出勝負(沒有和局)。甲、乙、丙、丁的勝負場數如右表，則戊的勝負情形為：

	甲	乙	丙	丁	戊
勝	2	1	4	1	
負	2	3	0	3	

(A)4 勝 0 負 (B)3 勝 1 負 (C)2 勝 2 負 (D)1 勝 3 負

<解析>

勝場數=負場數

$$2+1+4+1+\square=2+3+0+3+\blacksquare$$

$$8+\square=8+\blacksquare \rightarrow \square=\blacksquare \text{ (戊的勝場數=負場數)}$$

選 C。

- (C)13.右圖是一個填數字遊戲，每一個空格要填入的數字是其對應到的列、行數字乘積，例如： $a=2\times 3=6$ ， $b=(-4)\times 2=-8$ ，請問這 16 個格子內數字總和為何? (A)0 (B)1 (C)10 (D)15

	1	2	3	4
2			a	
9				
-4		b		
-6				

<解析>

$$(1+2+3+4)\times [2+9+(-4)+(-6)]=10$$

選 C。

- (B)14.某國中校慶園遊會，學校想將長 126 公尺、寬 54 公尺的大操場平均分割成大小相同的正方形而無剩餘，讓學校 84 個班級設攤位，若正方形之邊長為整數，且每一班恰好分配到一塊正方形，則正方形之邊長為多少?
(A)18 公尺 (B)9 公尺 (C)6 公尺 (D)3 公尺

<解析>

$$126\times 54\div 84=81$$

$$81=9\times 9$$

邊長=9 公尺，選 B。

- (C)15. How many months in a year does it have five Mondays at most?
(A)3 (B)4 (C)5 (D)6

翻譯:一年中有五個星期一的月份有最多有幾個?

<解析>

平年=365 天→52 個星期多 1 天，閏年=366 天→52 個星期多 2 天

最多會有 53 個星期一

每個月至少都有 4 個星期一

$$12\times 4=48$$

$$53-48=5$$

最多有 5 個月分有出現 5 個星期一

(D)16.今彩 539 前兩項大獎獎金金額如右表所示，今天開獎結果，頭獎 4 人(4 注)中獎，貳獎有 145 人(145 注)中獎，則頭獎與貳獎的總獎金金額可以科學記號表示成下列何者？

獎項	單注獎金
頭獎	\$8,000,000
貳獎	\$20,000

(A) 6.1×10^6 (B) 6.1×10^7 (C) 3.229×10^7 (D) 3.49×10^7

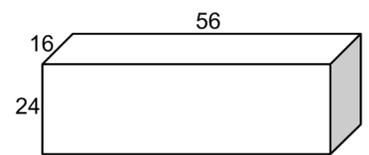
<解析>

$$8000000 \times 4 = 32000000$$

$$20000 \times 145 = 2900000$$

$$32000000 + 2900000 = 3.49 \times 10^7, \text{ 選 D。}$$

(D)17.如右圖，長方體積木的長、寬、高分別為 56cm、16cm、24cm，若小彤將此積木全部分割成若干個大小相同的正方體且邊長為整數，則此正方體的體積可能為多少立方公分？
(A)2 (B)4 (C)16 (D)64 立方公分



<解析>

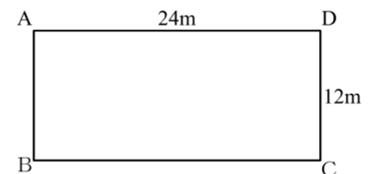
$$(56, 16, 24) = 8$$

邊長=1、2、4、8 公分

體積=1、8、64、512 立方公分，選 D

(A)18.一年忠班教室的內圍長 24 公尺、寬 12 公尺，甲、乙、丙三人比賽，分別以每秒 3 公尺、4 公尺、6 公尺的速度從頂點 A 出發，沿 ABCD 的順序繞著教室的內圍青蛙跳，請問：幾秒後三人同時在 A 點相會？

(A)72 秒 (B)62 秒 (C)52 秒 (D)42 秒



<解析>

$$(24+12) \times 2 = 72$$

$$72 \div 3 = 24, 72 \div 4 = 18, 72 \div 6 = 12$$

$$[24, 18, 12] = 72, \text{ 選 A。}$$

- (B)19.某種細菌大小約為 375 微米，換算成奈米時約為多少奈米?(1 奈米= 10^{-9} 公尺，1 微米= 10^{-6} 公尺)
 (A) 3.75×10^4 (B) 3.75×10^5 (C) 3.75×10^6 (D) 3.75×10^7 奈米

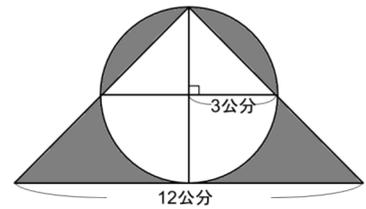
<解析>

375 微米= 3.75×10^{-4} 公尺

$\therefore 1$ 奈米= 10^{-9} 公尺

$\therefore 3.75 \times 10^{-4} \times 10^9 = 3.75 \times 10^5$ ，選 B。

- (C)20. In the circle and isosceles triangle, the gray area is _____ cm^2 .
 (A)14 (B)16 (C)18 (D)22



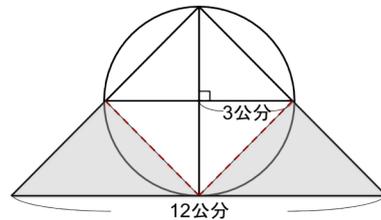
翻譯:在圓形和等腰三角形中，灰色部分面積是多少平方公分?

<解析>

將圖形經過旋轉後

灰色部分的面積變成三角形面積

$\rightarrow 6 \times 3 \div 2 \times 2 = 18$



- (B)21.要多少人以上才能保證其中至少有 3 人生日相同?
 (A) $365 \times 2 + 1$ (B) $366 \times 2 + 1$ (C) $365 \times 2 + 3$ (D) $366 \times 2 + 3$ 人

<解析>

$1/1$ 、 $1/2$ 、.....、 $1/31$ ， $2/1$ 、 $2/2$ 、.....、 $2/29$ ， $3/1$ 、.....， $12/31$

符合 366 天生日的人各要 2 人

再多 1 人就會有 3 人生日相同

$\rightarrow 366 \times 2 + 1$ ，選 B。

- (A)22.已知 $x \div y \div z = 3$ ， $x \div y - z = 10$ ， $x - y = 28$ ，則 $x + y + z = ?$
 (A)37 (B)36 (C)35 (D)34

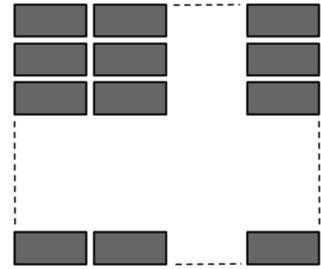
<解析>

①令 $x \div y = t \rightarrow t \div z = 3$ ， $t = 3z$ ； $t - z = 10$ ， $t = z + 10$ 。得 $3z = z + 10$ ， $z = 5$

② $x \div y = 15$ ，且 $x - y = 28 \rightarrow 28 \div (15 - 1) = 2$ ， $y = 2$ ， $x = 30$

③ $30 + 2 + 5 = 37$ ，選 A。

- (A)23.用 5 公分寬及 8 公分長的長方形紙片，間隔 1 公分鋪成右邊之正方形，問最少需要多少張紙片？
 (A)6 (B)24 (C)40 (D)54 張



<解析>

$$[5+1, 8+1]=[6, 9]=18$$

$$\frac{18 \times 18}{6 \times 9} = 6, \text{ 選 A。}$$

- (D)24.有王、趙、李三位老師帶著小華、小明、小剛三個學生去參加數學競賽，說巧不巧，每位老師都比自己帶的學生大 21 歲，已知李老師與小華年齡和為 44 歲，王老師與小華年齡和為 42 歲，且王老師比小明大 19 歲，求王、趙、李三位老師帶的學生分別是誰？
 (A)小華是王老師帶的 (B)小明是趙老師帶的
 (C)小剛是李老師帶的 (D)小華是趙老師帶的

<解析>

因為每位老師都比自己的學生大 21 歲

所以每位老師與自己的學生之和應該是奇數

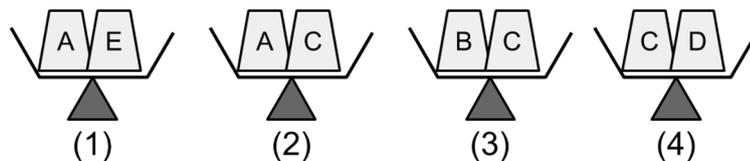
→小華與李老師、王老師的年齡和都是偶數

∴小華是趙老師帶的

且王老師比小明大 19 歲

∴小明是李老師帶的，而小剛是王老師帶的，選 D。

- (C)25.把重量相同的 26 顆玻璃彈珠分裝在 A、B、C、D、E 五個袋子裡(袋子的重量不計)，每袋至少裝 2 顆球，且各袋中數量互不相同，秤重時，若玻璃彈珠達到 11 顆以上，則超重警鈴就會響，下面秤了 4 次：



其中第(1)、(3)、(4)次警鈴都響，只有第(2)次未響，則顆數 $A+C+E-B-D=?$ (A)10 (B)11 (C)12 (D)13 顆

<解析>

$$A+E \geq 11, B+C \geq 11, C+D \geq 11$$

$$A+C < 11$$

當 $C=9, A=1$ (不合)

當 $C=8, A=2, E=9, B=3, D=4$ (合計 26 顆)

或 $C=8, A=2, E=9, B=4, D=3$

$\therefore A+C+E-B-D=2+8+9-3-4=12$ ，選 C。

二、計算題(20 分/20 分/10 分，共 50 分)

1. Peter and Ariel invite their classmates to join the birthday party. They buy 15 sets food which hamburger set is \$109 and pizza set is \$120, to eat with classmates. As they checkout, Peter calculates the expense that is \$1701. Ariel calculates the expense that is \$1733. But someone is wrong, you can explain whom calculates wrong. How many set of the hamburger set and pizza set do they buy each?

翻譯: Peter 和 Ariel 兩人一起邀請同學來參加兩人的慶生派對，兩人合買每份 109 元漢堡套餐與每份 120 元的披薩共 15 份，請同學享用，結帳時，Peter 計算共需付 1701 元，Ariel 計算共需付 1733 元。已知其中有一人計算錯誤，請你說明誰計算錯誤，並說明兩人共買了漢堡套餐與披薩各多少份?

<解析>

$$120 \times 15 = 1800$$

$$(1800 - 1701) \div (120 - 109) = 99 \div 11 = 9$$

$$15 - 9 = 6$$

\therefore 漢堡套餐 9 份，披薩 6 份 \rightarrow Peter 正確

$(1800 - 1733) \div (120 - 109) = 67 \div 11 = 6 \dots 1 \rightarrow$ Ariel 計算錯誤

2. 令 $x=0.123456789101112\dots998999$ ，小數點後依序由 1、2、3、4...998、999 所組成，問小數點右邊第 2019 位數字=?

<解析>

依一位數、二位數、三位數來分類

① 1、2、3...9，一位數為 A 區共 9 個數字

② 10、11、12、.....、99，二位數為 B 區共 180 個數字

③ 100、101、102、.....、999，三位數為 C 區

$$2019-(9+180)=1830$$

考慮 3 個一組

$1830 \div 3 = 610$ → 表示第 1830 個數字是第 610 組的第三個數字

第 610 組的三位數 $100+609=709$ ，故 709 的第三個數字 9。

3. (1) 找規律 $\langle 2, 3 \rangle = 9$ ， $\langle 3, 4 \rangle = 17$ ， $\langle 4, 5 \rangle = 27$ ， $\langle 5, 6 \rangle = 39$ ，則 $\langle 6, 7 \rangle = ?$

(2) 自己出題並解答

<解析>

$$(1) \langle 2, 3 \rangle = 2 \times 3 + 3 = 9$$

$$\langle 3, 4 \rangle = 3 \times 4 + 5 = 17$$

$$\langle 4, 5 \rangle = 4 \times 5 + 7 = 27$$

$$\langle 5, 6 \rangle = 5 \times 6 + 9 = 39$$

$$\langle 6, 7 \rangle = 6 \times 7 + 11 = 53$$

(2) 略