

2018 第十四屆  國際數學競賽複賽(台灣)
2018 Fourteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

國
中
二
年
級
試
卷

考試時間：90 分鐘 卷面總分：100 分

《考試時間尚未開始前請勿翻閱》

2018 第十四屆 國際數學競賽複賽(台灣)

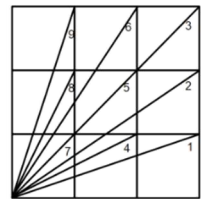
2018 Fourteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

※請將答案寫在答案卷上

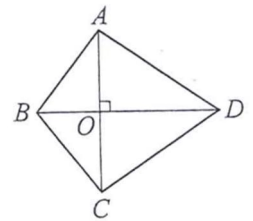
一、選擇題(每題 4 分，共 28 分)

- () 1. 設 P 、 Q 、 R 均為非負整數且 $P+Q+R=10$ ，求 $P \cdot Q \cdot R + P \cdot Q + Q \cdot R + R \cdot P$ 的最大值為多少? (A) 69 (B) 67 (C) 65 (D) 63。

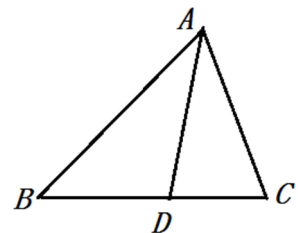
- () 2. 右圖是一個 3×3 的正方形，求圖中 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \dots + \angle 9 = ?$
(A) 405 度 (B) 450 度 (C) 360 度 (D) 315 度。



- () 3. 如右圖， $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{CD} = 7$ ，則 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = ?$
(A) 50 (B) 70 (C) 74 (D) 98。



- () 4. 如圖， \overline{AD} 是 $\triangle ABC$ 的角平分線，其中 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BD} = 3$ ，則 $\overline{CD} = ?$
(A) 3.2 (B) 2.7 (C) 3.6 (D) 2.4。



- () 5. 小川和大普玩猜硬幣的遊戲，遊戲規則如下：

兩人先準備一些五元及十元的硬幣放在自己的口袋中，開始前每人各拿出若干枚硬幣緊握在手中，開始後輪流猜測兩人手中握有的硬幣總錢數，猜中的人就可以把對方手中握有的硬幣全部拿走。

若小川第一次手中握有 3 枚五元硬幣和 4 枚十元硬幣，並猜兩人手中握有的錢幣共 80 元，結果猜中了，則大普此次手中的硬幣總個數可能有幾枚？

- (A) 5 枚 (B) 6 枚 (C) 1 枚 (D) 2 枚。

() 6. $(x+2)^4(x^2-3)^3$ 展開成一個 10 次多項式，則各項係數之和等於？

(A) -638 (B) -648 (C) -658 (D) -668 。

() 7. 小沛想對五顆不同重量且小於 100 公斤的石頭進行秤重，由於該磅秤只能測量 100 公斤以上的物體，得出 10 組數據為 102、103、108、110、111、115、116、116、117、124 公斤，那麼這五顆石頭中最輕的是？

(A) 46.5 (B) 49.5 (C) 47.5 (D) 48.5 。

二、填充題(每格 5 分，共 40 分)

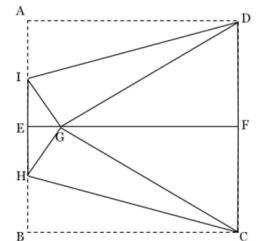
1. 設 n 為質數且 $\frac{n^3+3n^2-4n+4}{n-1}$ 亦是質數，求 $n = \underline{\text{①}}$ 。

2. 解 $(x^2+3x-4)^2+(2x^2-7x+6)^2=(3x^2-4x+2)^2$ ，得 $x = \underline{\text{②}}$ 。

3. 若數列 (a_n) 滿足 $a_1 = \frac{1}{7}$ ， $a_2 = \frac{3}{7}$ 及 $a_{n+1} = \frac{7}{2}a_n(1-a_n)$ ($n \geq 1$)，則：

$a_{100} - a_{101} + a_{102} - a_{103} + \dots - a_{201} = \underline{\text{③}}$ 。

4. 如右圖， \overline{EF} 為正方形 $ABCD$ 之兩邊 \overline{AB} 、 \overline{CD} 中點的連線，今將 \overline{BC} 沿 \overline{HC} 摺疊使與 \overline{GC} 重合，將 \overline{AD} 沿 \overline{ID} 摺疊使與 \overline{GD} 重合，試求 $\angle DIG = \underline{\text{④}}$ 。



5. 方程式 $|x-|2x+1||=3$ ，求 $x = \underline{\text{⑤}}$ 。

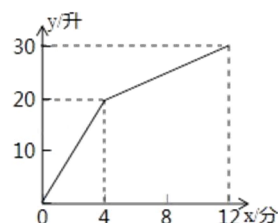
6. 化簡 $S = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots - (2n)^2 = \underline{\text{⑥}}$ 。

7. In a planar rectangular coordinate system, where $A(-1,2)$, $B(-2,-1)$, $C(3,0)$ and the point D are surrounded by a parallelogram with these three dots, then all the coordinates of the point D that satisfy the condition are $\underline{\text{⑦}}$ 。

8. 在一個口袋中裝有 5 個白球和 3 個黑球，這些球除顏色外完全相同，從中摸出 3 個球，至少摸到 2 個黑球的機率等於 $\underline{\text{⑧}}$ 。

三、計算題(共 32 分) ※沒寫計算過程不予計分

1. A container with inlet pipe and outlet pipe, from a certain moment only hit into the water pipe, after a period of time, and then open the outlet water, to 12 minutes, shut down into the pipe. In the time of opening the inlet pipe to closing the inlet pipe, the Water Quantity Y (unit: L) and Time X (unit: min) is the function relation between the container and the tube. After a few minutes, after the pipe has been shut down, after a few minute, the waters in the container just finished? (10 分)



2. 已知 x 、 y 為正整數，若 2018，1086，3183 分別被自然數 x 除時，所得餘數都是 y ，則 $x - y = ?$ (12 分)

3. 某段公路由上坡、平路、下坡三個等長的路段組成，已知一輛汽車在三個路段上行駛的平均速度分別為 x, y, z ，則此輛汽車在這段公路上行駛的平均速度為? (10 分)