

2018 第十四屆  國際數學競賽複賽(台灣)
2018 Fourteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

國
中
三
年
級
試
卷

考試時間：90 分鐘 卷面總分：100 分

《考試時間尚未開始前請勿翻閱》

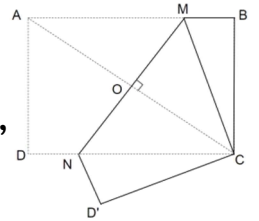
2018 第十四屆 國際數學競賽複賽(台灣)

2018 Fourteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

※請將答案寫在答案卷上

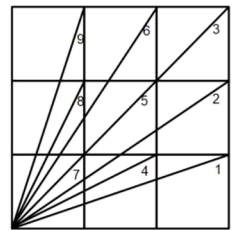
一、選擇題(每題 4 分，共 28 分)

- () 1. 如右圖，有一張長方形紙片 $ABCD$ ，若小瑋將 A 點摺到 C 點，使得 A 、 C 兩點重合， D 點落在 D' 點上，摺痕為 MN ，且 $\overline{AB}=12$ $\overline{BC}=9$ ，則 $\overline{MN}=?$ (A) 11 (B) $\frac{45}{4}$ (C) $\frac{45}{2}$ (D) $\frac{75}{8}$ 。



- () 2. 設 P 、 Q 、 R 均為非負整數且 $P+Q+R=10$ ，求 $P \cdot Q \cdot R + P \cdot Q + Q \cdot R + R \cdot P$ 的最大值為多少? (A) 69 (B) 67 (C) 65 (D) 63。

- () 3. 右圖是一個 3×3 的正方形，求圖中 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \dots + \angle 9 = ?$
(A) 405 度 (B) 450 度 (C) 360 度 (D) 315 度。



- () 4. 在平面直角坐標系中，將點 $P(-3,4)$ 繞點 $Q(0,3)$ 順時針旋轉 90° 得到點 R ，則點 R 的座標是? (A) (1, 6) (B) (1, 7) (C) (2, 5) (D) (2, 6)

- () 5. 若 $x^4 + 3x^3 + kx^2 - 7x + k + 2$ 有一個因式是 $x+1$ ，則 $k=?$
(A) -1.6 (B) -2.8 (C) -4.7 (D) -3.5

- () 6. 直角三角形的一條直角邊長 20，另兩邊長為整數，這樣的直角三角形有多少個? (A) 3 (B) 5 (C) 4 (D) 6

- () 7. 若 P 是質數，且 $P+4|7P$ ，則 P^{2018} 的末位數字是?
(A) 3 (B) 7 (C) 9 (D) 1

二、填充題(每格 5 分，共 40 分)

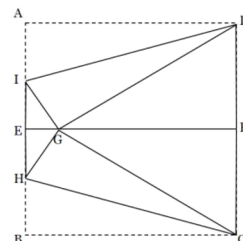
1. 已知 $x = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$, $y = (\sqrt{5}+2)^2$, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \underline{\text{①}}$ 。

2. The triangle's three-side length is a continuous natural number, an internal angle is another twice times the internal angle, the perimeter of this triangle is ②。

3. 設 n 為質數且 $\frac{n^3 + 3n^2 - 4n + 4}{n-1}$ 亦是質數，求 $n = \underline{\text{③}}$ 。

4. 解 $(x^3 + 3x - 4)^2 + (2x^2 - 7x + 6)^2 = (3x^2 - 4x + 2)^2$ ，得 $x = \underline{\text{④}}$ 。

5. 如右圖， \overline{EF} 為正方形 $ABCD$ 之兩邊 \overline{AB} 、 \overline{CD} 中點的連線，今將 \overline{BC}



沿 \overline{HC} 摺疊使與 \overline{GC} 重合，將 \overline{AD} 沿 \overline{ID} 摺疊使與 \overline{GD} 重合，試求 $\angle DIG = \underline{\text{⑥}}$ 。

6. A positive integer, if adding 100 is a complete square, if adding 168 is another full square, then this number is ⑥。

7. 已知 x 、 y 為正整數，若 2018, 1086, 3183 分別被自然數 x 除時，所得餘數都是 y ，則 $x - y = \underline{\text{⑦}}$ 。

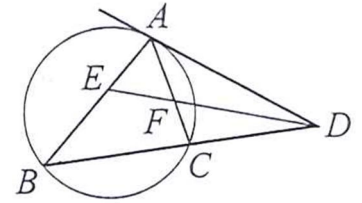
8. 小沛想對五顆不同重量且小於 100 公斤的石頭進行秤重，由於該磅秤只能測量 100 公斤以上的物體，因此小沛將兩顆石頭一起秤，得出 10 組數據為 102、103、108、110、111、115、116、116、117、124 公斤，那麼這五顆石頭中最輕的是 ⑧。

三、計算題(共 32 分) ※沒寫計算過程不予計分

1. 如右圖，過圓內接 $\triangle ABC$ 的頂點 A 作切線交 \overline{BC} 的延長線於 D ， $\angle ADB$ 的角平分線交 \overline{AC} 於 F ，交 \overline{AB} 於 E 。

(1) 求證： $\overline{AE} = \overline{AF}$ 。(5 分)

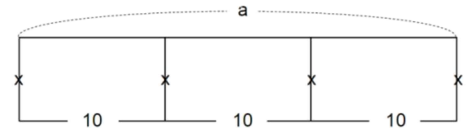
(2) 若 $\angle BAC = 60^\circ$ ，求 $\angle AED$ 的度數是？(5 分)



2. 如圖，小麥在他的牧場用 90 公尺的鐵絲網(圖形粗線部分)，圍成長方形的養羊區並以鐵絲網將此養羊區分成 3 格，每格出口是 10 公尺，設長方形的寬是 x 公尺，長是 a 公尺，則

(1) $a = ?$ (以 x 表示) (5 分)

(2) 不計鐵絲網所占的位置，那麼養羊區最大面積是多少？(5 分)



3. 如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， \overline{CB} 與 \overline{AD} 交於點 O ， $\angle ABC$ 與 $\angle ADC$ 的角平分線交於點 P ， $\angle AOC$ 的平分線交 \overline{DP} 於點 M ，交 \overline{BP} 於點 N ，求證： $\overline{MN}^2 = \overline{MP} \times \overline{MD} - \overline{NP} \times \overline{NB}$ 。(12 分)

