

2016  國際數學競賽 台灣區初賽
2016 International Mathematics Contest (Taiwan)

國中二年級組 試卷

※ 請將答案寫在答案卷上

一、選擇題 (每題 10 分)

(A) 1. Calculate the exact value of $(379+379)\times 500$?

- (A) 379000 (B) 397000 (C) 558000 (D) 548000

解析： $379\times 2\times 500=379\times 1000=379000$

(B) 2. Tim's first 3 test scores are 87、83 and 88, respectively. If he calculates (計算) the average score(平均分數) of all 4 tests after the 4th test and finds out that the 4th test is 1 point higher than the average of first three tests, what is Tim's 4th test score?

- (A) 89 (B) 90 (C) 91 (D) 92

解析：前三次平均分數為 $(87+83+88)\div 3=86$ 分

\therefore 四次總分為 $(86+1)\times 4=348$ 分 \rightarrow 第四次成績為 $348-86\times 3=90$ 分

(C) 3. There are 5 numbers, which are 8,13,14,17 and 38. We want to divide them into 2 groups and to make the sum of one group twice(2 倍) the sum of another group. What number is in the same group as 13?

- (A) 8 (B) 14 (C) 17 (D) 38

解析：設一組和為 x ， $x+2x=8+13+14+17+38$ ， $3x=90$ ， $x=30$ ， $13+17=30$

\therefore 與 17 同一組

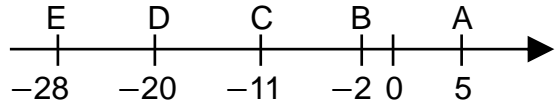
(C) 4. 右表為小西瓜第一次段考各科的成績與平均分

科目	國文	英語	數學	自然	社會
成績與平均分數的差	-3	-10	+15	?	+6

數的差值，其中自然的值被塗掉了，若已知社會考了 83 分，則下列敘述何者正確？

- (A) 平均分數為 78 分 (B) 英語和數學相差 5 分
(C) 自然考 69 分 (D) 國文考 73 分

解析：(A) $83 - 6 = 77$ (B) $15 - (-10) = 25$
 (C) $77 - [(-3) + (-10) + 15 + 6] = 69$ (D) $77 + (-3) = 74$

- (D) 5. 哆啦 A 夢在紙上畫出如右圖的數線，
 後來他把 C 當做新原點，原來 A、B、D、E 四點所表示的數也調整為 a、b、d、e，則下列敘述何者正確？
- 
- (A) $|a| > |e|$ (B) b 為質數
 (C) $a - b = -7$ (D) b、d 互為相反數

解析： $a = 5 - (-11) = 16$ ， $b = (-2) - (-11) = 9$ ，
 $d = (-20) - (-11) = -9$ ， $e = (-28) - (-11) = -17$

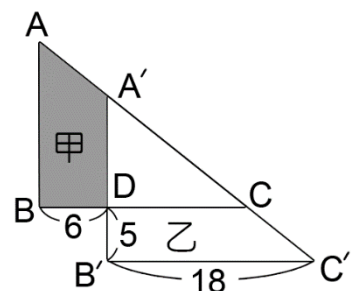
- (C) 6. 存希班上有 38 位同學，座號從 1 號排到 38 號，從開學第一天起，每天依座號順序四人一組輪流當值日生，開學第一週第一天恰為星期一，由 1~4 號當值日生，星期二由 5~8 號當值日生……，依此輪值，試問下一次 1~4 號四人再於同一天當值日生是開學後何時？（一週上課五天，中間並無放假）
- (A) 第八週星期五 (B) 第五週星期一
 (C) 第四週星期五 (D) 第四週星期四

解析： $\lceil 38, 4 \rceil = 76$ ， $76 \div 4 = 19$
 開學後第 20 天，1~4 號再次於同一天當值日生： $20 \div 5 = 4(\text{週}) \dots 0$ ， \therefore 選(C)

- (A) 7. 有一隻蝸牛自地面想爬到 3 公尺高的玻璃上，白天往上爬 $\frac{3}{2}$ 公尺，晚上會下滑 $\frac{3}{4}$ 公尺，請問過了三天三夜之後，牠離玻璃頂端有多少公尺呢？
- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{4}{5}$

解析： $3 - 3 \times (\frac{3}{2} - \frac{3}{4}) = 3 - 3 \times \frac{3}{4} = 3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$ 公尺

- (C) 8. 右圖是兩個相同的直角三角形，其部分圖形重疊在一起，請問：塗色部分甲區的面積是多少？
- (A) 30 (B) 60
 (C) 75 (D) 無法算出



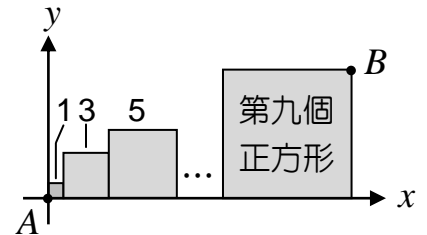
解析： $\overline{CD} = 18 - 6 = 12$ ， $\text{甲} = \text{乙} = \frac{(12+18) \times 5}{2} = 75$

- (C) 9. 已知勤學國中今年新生 892 人，男生比去年減少 2%，女生比去年增加 3%，全部人數今年比去年減少 8 人，則今年的男生有多少人？
 (A) 204 (B) 240 (C) 686 (D) 700

解析：設去年男生 x 人，女生 y 人

$$\begin{cases} x + y = 892 + 8 \\ -0.02x + 0.03y = -8 \end{cases} \Rightarrow x = 700, y = 200, 700 \times 0.98 = 686$$

- (D) 10. 將邊長為 1、3、5、……的正方形，並排置於坐標平面的 x 軸上，如右圖所示。若以第一個正方形的頂點 A 為此坐標平面的原點，則第九個正方形的頂點 B ，其坐標為何？



- (A) (57, 19) (B) (63, 17) (C) (75, 19) (D) (81, 17)

解析： B 點的 y 坐標為 $9 \times 2 - 1 = 17$ ， x 坐標為 $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 17 = 81$ ，
 \therefore (D) (81, 17)

- (C) 11. 南二高在坐標平面的直線方程式是 $3x + 2y = 12$ ，阿財伯在頂六的位置是 $A(6, 2)$ ，要上中埔交流道 ($x = 6$) 進入南二高，那麼阿財伯要走幾個單位？ (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

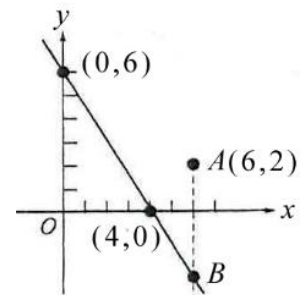
解析：① $3x + 2y = 12$ ② $x = 6$ 代入 $3x + 2y = 12$

$$\begin{array}{c|c|c} x & 4 & 0 \\ \hline y & 0 & 6 \end{array}$$

$$\Rightarrow 18 + 2y = 12, y = -3$$

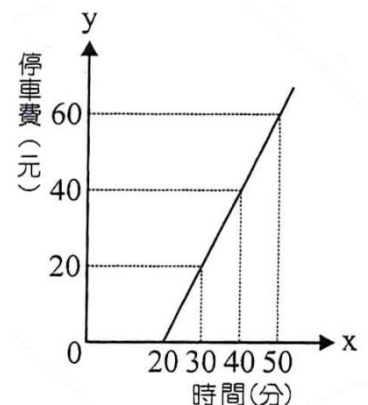
$$\therefore B \text{ 點坐標為 } (6, -3)$$

$$\textcircled{3} \overline{AB} = 2 - (-3) = 5$$



- (B) 12. 右圖在臺南公有停車場的收費表，以分為計算單位，若費用與時間的關係式為 $y = f(x) = ax + b$ ，則下列敘述何者錯誤？

- (A) $a = 2$
 (B) $b = 40$
 (C) 由圖知未滿 20 分鐘不收費
 (D) 若從早上 7:50 到 9:20 將車停在公有停車場，須繳交 140 元停車費



解析： $\begin{cases} 20 = 30a + b \\ 40 = 40a + b \end{cases} \rightarrow a = 2, b = -40, y = 2x - 40$

$\therefore 9 : 20 - 7 : 50 = 90$ 分， $y = 2x - 40 \rightarrow y = 2 \times 90 - 40 = 140$

- (C) 13. 如右圖，長方形 $ABCD$ 中， M 、 N 兩點分別是 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點，且長方形 $AMND$ 分為甲、乙兩長方形，長方形 $MBCN$ 分成丙、丁兩長方形。若面積比甲：乙=7：3，丙：丁=5：9，則乙：丙=？



- (A) 1 : 1 (B) 3 : 5 (C) 21 : 25 (D) 27 : 35

解析：(1) $7b + 3b = 5c + 9c, 10b = 14c, b = \frac{14}{10}c = \frac{7}{5}c$

(2) 乙：丙 = $a \cdot 3b : a \cdot 5c = 3b : 5c$

= $3 \cdot \frac{7}{5}c : 5c = \frac{21}{5} : 5 = 21 : 25$



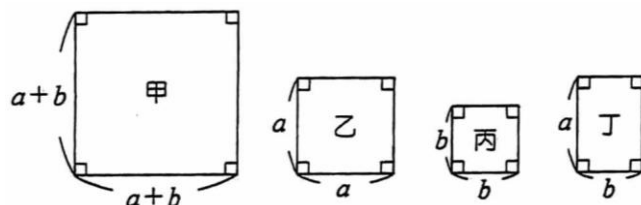
- (D) 14. 明美比俊佑多帶了 100 元。兩人的錢合起來可以買一本 500 元的字典，但不夠買 1500 元的百科全書。下列哪一個不可能 是明美帶的錢數 (單位：元)？ (A) 300 (B) 400 (C) 799 (D) 800

解析：令明美帶 x 元 \rightarrow 俊佑帶 $x - 100$ 元

$500 \leq x + (x - 100) < 1500 \rightarrow 500 \leq 2x - 100 < 1500$

$600 \leq 2x < 1600, 300 \leq x < 800$ ，可能帶 300、301、...或 799 元

- (D) 15. 如右圖，甲、乙、丙、丁分別代表圖中四個圖形的面積，若以甲、乙、丁來表示丙，則丙=？



- (A) 甲+乙-丁 (B) 甲-乙-丁
(C) 甲+乙-2丁 (D) 甲-乙-2丁

解析：甲 = $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，乙 = a^2 ，丙 = b^2 ，丁 = ab

\therefore 丙 = 甲 - 乙 - 2丁

- (B) 16. 若 p 、 q 均為正整數，且 $p > q$ ，若 $(p+q)^2 - (p-q)^2 > 29$ ，則 p 的最小值為何？ (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

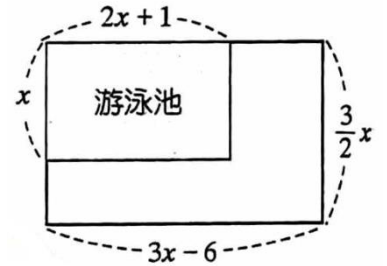
解析： $(p+q)^2 - (p-q)^2 = p^2 + 2pq + q^2 - (p^2 - 2pq + q^2)$

$$(p+q)^2 - (p-q)^2 = p^2 + 2pq + q^2 - (p^2 - 2pq + q^2) \quad \therefore pq > \frac{29}{4} = 7\frac{1}{4}$$

若 $p=3 \rightarrow q$ 最大=2, $pq = 3 \times 2 = 6$ (不合)

若 $p=4 \rightarrow q$ 最大=3, $pq = 4 \times 3 = 12 > 7\frac{1}{4} \quad \therefore p$ 最小=4

- (B) 17. 如右圖，若在寬為 $\frac{3}{2}x$ 、長為 $(3x-6)$ 的長方形草地上，建造一個寬為 x 、長為 $(2x+1)$ 的游泳池，設剩下的草地面積為 $ax^2 + bx + c$ ，則 $2a - b = ?$ (A) 4 (B) 15 (C) 8 (D) 10



解析：剩下草地面積

$$\rightarrow \frac{3}{2}x(3x-6) - x(2x+1) = \frac{5}{2}x^2 - 10x = ax^2 + bx + c$$

比較係數 $\rightarrow a = \frac{5}{2}, b = -10, c = 0$

$$\therefore 2a - b = 2 \times \frac{5}{2} - (-10) = 5 + 10 = 15 \quad \therefore \text{選(B)}$$

- (D) 18. $f(x) = a(x^2 - 2x + 1) + b(x^2 - 2) + x - 5$ 為零次多項式，求 $f(100) = ?$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{5}{2}$ (D) $-\frac{7}{2}$

解析： $\because f(x) = ax^2 - 2ax + a + bx^2 - 2b + x - 5$

$= (a+b)x^2 + (-2a+1)x + a - 2b - 5$ 為零次多項式

$$\therefore \begin{cases} a+b=0 \cdots \cdots (1) \\ -2a+1=0 \cdots \cdots (2) \end{cases} \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore f(x) = \frac{1}{2} - 2 \times (-\frac{1}{2}) - 5 = -\frac{7}{2}$$

$$f(100) = -\frac{7}{2}$$

(B) 19. 利用右表，求 $\frac{1}{\sqrt{24}} \div \sqrt{1\frac{2}{3}} \div \sqrt{1\frac{1}{4}}$ 到小數第二位的值為何？

	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$
小數第三位	1.414	1.732	2.236

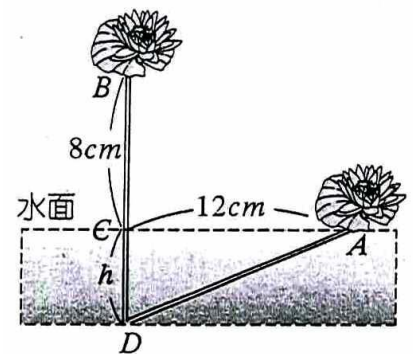
- (A) 1.41 (B) 0.14
(C) 14.14 (D) 0.28

解析： $\sqrt{\frac{1}{24} \div \frac{5}{3} \div \frac{5}{4}} = \sqrt{\frac{1}{24_2} \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5}} = \frac{1}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{10} = \frac{1.414}{10} = 0.1414$

(B) 20. 有一朵盛開的荷花垂直出水面 8 公分，突然刮起一陣風，使整枝斜躺於水面離原來出水點 12 公分處，如右圖。請問水深 h 有多少公分？ (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8

解析：由題目圖可知

$$\begin{aligned} AD &= (8+h)cm \\ 12^2 + h^2 &= (8+h)^2, \\ 144 + h^2 &= 64 + 16h + h^2 \\ 16h &= 80, \quad h = 5(cm) \\ \therefore &\text{選(B)} \end{aligned}$$

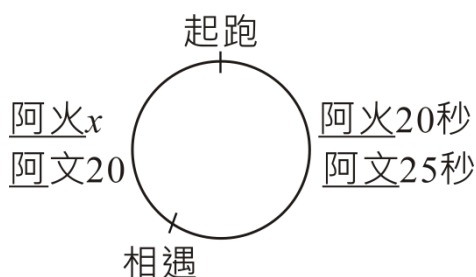


(B) 21. 你參加賽跑，追過第 2 名，你是第幾名？
(A) 第 1 名 (B) 第 2 名 (C) 第 3 名 (D) 第 4 名

解析：追過第 2 名，取代他的名次，所以你是第 2 名

(C) 22. 有一個環形跑道，阿文、阿火從休息亭起跑，阿文跑一圈需要 45 秒，阿火反方向跑，每 20 秒會和阿文相遇一次，請問阿火跑一圈需要幾秒？ (A) 25 (B) 30 (C) 36 (D) 40

解析：



$$\begin{aligned} 45 - 20 &= 25 \\ x : 20 &= 20 : 25, \quad x = 16 \\ \therefore 20 + 16 &= 36 \end{aligned}$$

- (B) 23. 某校由 200 位學生投票選拔三位模範生（一人一票，有可能無效票），已知有 6 位候選人，選舉結果每人票數都不同，且每人至少有一票。結果周吉倫當選且票數是第 3 高，那麼他最多可能有幾票？
- (A) 62 (B) 63 (C) 64 (D) 65

解析：令周吉倫得 x 票

對周最有利

$$\rightarrow x+2+x+1+x+3+2+1 \leq 200$$

$$\rightarrow x \leq 63\frac{2}{3}, x \text{ 最大}=63$$

名次	1	2	3	4	5	6
票	$x+2$	$x+1$	x	3	2	1

$$\text{算術：}(200-3-2-1-1-2) \div 3 = 63\frac{2}{3} \therefore \text{最多 } 63 \text{ 票}$$

- (A) 24. 在一慈善捐款活動中有 a_1 個人至少捐 1 萬元，有 a_2 個人至少捐 2 萬元，有 a_3 個人至少捐 3 萬元……，有 a_n 個人至少捐 n 萬元，沒人捐超過 n 萬元，總共收到捐款多少萬元？
- (A) $a_1+a_2+a_3+\dots+a_n$ (B) $a_1+2a_2+3a_3+\dots+na_n$
 (C) $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_n$ (D) $(1+2+3+\dots+n) \times a_n$

解析： $1 \times (a_1 - a_2) + 2 \times (a_2 - a_3) + 3 \times (a_3 - a_4) + 4 \times (a_4 - a_5) + \dots + n \times (a_{n-1} - a_n)$
 $= a_1 - a_2 + 2a_2 - 2a_3 + 3a_3 - 3a_4 + 4a_4 - 4a_5 + \dots + na_{n-1} - na_n$
 $= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n$

- (B) 25. A、B、C、D 四人作○×是非題，他們的答案如下表所示。
 A 與 B 得 70 分，C 得 60 分，求 D 之得分。(答對一題得 10 分)

	第 1 問	第 2 問	第 3 問	第 4 問	第 5 問	第 6 問	第 7 問	第 8 問	第 9 問	第 10 問	分數
A	○	×	○	×	○	○	×	×	×	○	70
B	○	○	×	×	×	○	○	○	×	×	70
C	×	×	×	○	○	×	○	×	○	×	60
D	○	×	×	○	○	×	×	○	×	×	?

- (A) 50 (B) 60 分 (C) 70 分 (D) 80 分

解析：A 與 B 每人答對 7 題，2 人合計答對 14 題。但兩人的答案只有 4 題相同，其餘的 6 題不同。後者（答案不同）的 6 題中必然有 6 個正解，因此前者（答案相同）的 4 題中有 8 個正解，即全部為正解。

這四題及其正解為第 1 題 (○)，第 4 題 (×)，第 6 題 (○)，第 9 題 (×)。在 C 的答案中上述四題皆答錯了，由其得分為 60 可知其他六題他全答對了。根據上述資料，D 答對的是第 1、2、3、5、9、10 題，故得分為 60。

	第 1 問	第 2 問	第 3 問	第 4 問	第 5 問	第 6 問	第 7 問	第 8 問	第 9 問	第 10 問	分數
A	○	×	○	×	○	○	×	×	×	○	70
B	○	○	×	×	×	○	○	○	×	×	70
C	×	×	×	○	○	×	○	×	○	×	60
D	○	×	×	○	○	×	×	○	×	×	?
正解	○	×	×	×	○	○	○	×	×	×	

→ 60 分

二、計算題（每題 25 分）

1. 找規則律。

【例】：

1		4
	2	
2		3

2		5
	19	
3		4

4		7
	?	
5		6

【解】： $1 \times 2 \times 3 - 4 = 2$ ， $2 \times 3 \times 4 - 5 = 19$ ， $4 \times 5 \times 6 - 7 = 113 \dots$ 答

(1) 找出下列 ? 是多少。

(提供 1 種解法得 10 分，提供 2 種不同解法得 15 分)

7		2
	6	
2		4

5		10
	20	
8		2

9		2
	?	
4		10

(2) 仿上自己創造題目並解答。

(至少 2 種 +、-、×、÷ 運算且答案是正整數，10 分)

解析：(1) 參考解答 $7 \times 2 - 4 \times 2 = 6$ ， $5 \times 8 - 2 \times 10 = 20$ ， $9 \times 4 - 10 \times 2 = 16$

另解 1. $(7-1) \times 2 - 2 - 4 = 6$

另解 2. $7+2-4+2-1=6$

$(5-1) \times 8 - 10 - 2 = 20$

$5+10-2+8-1=20$

$(9-1) \times 4 - 2 - 10 = 20$

$9+2-10+4-1=4$

(2)

5		4
	23	
3		2

7		5
	43	
4		3

10		7
	?	
2		3

$5 \times 3 + 4 \times 2 = 23$ ， $7 \times 4 + 5 \times 3 = 43$ ， $10 \times 2 + 7 \times 3 = 41$

2. 如意晚上在家練習數學時，不小心將習作本弄髒了，其結果如下。

$$\frac{x^2 + 5x + *}{A} = x - 2 + \frac{1}{A}$$

這時媽媽剛好從旁邊經過，她看了一下後說：「雖然有一部分被弄髒了，不過還是可以算出來。」求：(1) 弄髒的數字是多少？ (2) 多項式 $A = ?$

解析：令弄髒的數字為 a

$$\therefore \frac{x^2 + 5x + a}{A} = (x - 2) + \frac{1}{A},$$

$$x^2 + 5x + a = (x - 2) \cdot A + 1,$$

$$x^2 + 5x + (a - 1) = (x - 2) \cdot A$$

$$\therefore A = [x^2 + 5x + (a - 1)] \div (x - 2) = \underline{x + 7}$$

$$\therefore a - 1 = -14, \underline{a = -13}$$

$$\begin{array}{r} 1+7 \\ 1-2 \overline{) 1+5+(a-1)} \\ \underline{1-2} \\ 7+(a-1) \\ \underline{7-14} \\ 0 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 1+7 \\ 1-2 \overline{) 1+5+(a-1)} \\ \underline{1-2} \\ 7+(a-1) \\ \underline{7-14} \\ 0 \end{array}} \right\} \text{相同}$$