

2015 第十一屆 國際數學競賽(複賽)台灣

2015 Eleventh International Mathematics Contest (Taiwan)

國 小 五 年 級 試 卷

考試時間：90 分鐘

卷面總分：100 分

《考試時間尚未開始前請勿翻開》

2015 第十一屆 **MATH IMC** 國際數學競賽(複賽)台灣

2015 Eleventh International Mathematics Contest (Taiwan)

※請將答案寫在答案卷上

一、填充題 I (每格 4 分, 共 28 分)

1. 計算： $(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13}) + (\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14}) + (\frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15})$ 的整數部分是 ①。

2. 甲貨物重 3.6 公噸，比乙貨物的 4 倍還少 108 公斤，則乙貨物重 ② 公噸。

3. 如圖，請在乘法算式的每個“□”中填入適當的數字，那麼乘積結果最小為 ③。

$$\begin{array}{r} \square 2 \\ \times \square 0 \square \\ \hline 1 \square \square \\ \square 5 \square \\ \hline \square \square \square \square \square \end{array}$$

4. 一個不超過 2015 的自然數 N ，其數字不含 2、0、1、5，且與 2015 不互質，那麼 N 最大為 ④。

5. 鐘面上分成 60 個刻度，在 A 、 B 兩個時刻，分針恰都指向鐘面上的整數刻度，且 A 時刻兩針夾角為 20° ， B 時刻兩針夾角為 15° ，那麼 A 、 B 兩個時刻至少間隔 ⑤ 分鐘。

6. 有一個自然數，各位數字之和是 8，且恰有 8 個因數(例如： $2015=5 \times 13 \times 31$ ， $2+0+1+5=8$ ，共有 8 個因數)，那麼這樣的自然數最小為 ⑥。

7. How many five-digit numbers $\square 7 9 7 \square$ are divisible by 11? ⑦。

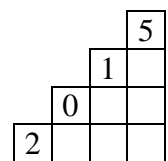
二、填充題 II (每格 6 分, 共 48 分)

1. 已知： $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$ ，請計算：

$$\frac{5}{1^3 + 2^3} + \frac{7}{1^3 + 2^3 + 3^3} + \frac{9}{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3} + \dots + \frac{21}{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3} = \text{①}。$$

2. 在數字 2015 的“20”和“15”之間插入一個兩位數，例如：207615、208915 等，使得形成的六位數能被 2015 整除，那麼插入的兩位數為②。
3. 將一根 322 公分長的木棍，從左至右每隔 7 公分劃一個刻度，再從左至右每隔 23 公分劃一個刻度，那麼其中 7 公分長的木棍有③小段。
4. 甲車從 A 地，乙車從 B 地，兩車同時出發在 A、B 之間往返等速行進。甲車開出 15 公里時第一次遇到乙車，於是將速度提高 $\frac{1}{3}$ ，又開出 20 公里時再次遇到乙車，於是將此時速度提高 $\frac{1}{2}$ ，那麼與乙車第三次相遇時甲一共開出了④公里。
5. 長方體 A 邊長為 15cm、10cm、 a cm，長方體 B 邊長為 20cm、5cm、 b cm，如果 A、B 體積相同，表面積也相同，那麼它們的體積皆為⑤ cm^3 。
6. 某人購進 100 件 T 恤，並繳納了 200 元/天的場地費在市場擺攤銷售，本打算一天全部賣光，結果一件也沒賣掉。於是決定再賣一天，但為了保證利潤不變，需要將預算外的場地費平攤到售價中，即使這樣**利潤率**也將比第一天預期低 $\frac{1}{6}$ 。終於第二天順利賣光，但其中有 10 件次品按半價出售，結果最終**實際利潤**比預算低了 $\frac{1}{4}$ ，那麼第一天的售價為⑥元/件。(利潤=收入-花銷，利潤率= $\frac{\text{利潤}}{\text{花銷}} \times 100\%$)

7. 如圖，將 0~9 這 10 個數字分別填入圖中方格，要求每個方格中填入一個數字，每一橫行中左邊數字比右邊數字小，每一直列中上面數字比下面數字小，現在 2、0、1、5 已經被填好，那麼剩下的數字共有⑦種不同的填法。

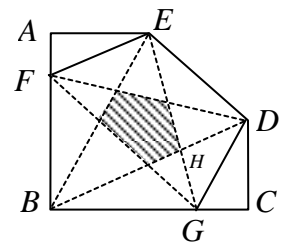


8. The product of four consecutive odd numbers is 1038345. What is the sum of them?
⑧。

三、簡答題（每題 7+9+8 分，共 24 分）

1. 將 0~9 這十個數字分別填入算式“ $\square\square+\square\square+\square\square\square=\square\square\square$ ”中，已知 2、0、1、5 分別填在四個數中（不能出現在同一個數中），求結果三位數的最大值？並給出一種填法。

2. 五邊形 $ABCDE$ ， $AB=BC=4\text{cm}$ ， $AE=CD=2\text{cm}$ ，且 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 均為直角， F 、 G 是 AB 、 BC 邊上的點， $EF\parallel BD$ ， $DG\parallel BE$ ，按圖中虛線方式連接出一個新五邊形（陰影），那麼：(1)求 $\triangle BEG$ 的面積？ (2)求 $\triangle BEH$ 的面積？ (3)求陰影五邊形面積？



3. 如圖，圓的直徑為 20cm，弦 AB 長 15cm， $CD\perp AB$ 於 D ，且 $CD=BD$ ，那麼陰影部分的面積為多少？（ π 取 3.15）

