

## 國中三年級 決賽試題

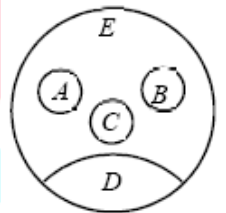
◎ 第1-16題請將答案填寫在下面答案表內！

◎ 第17-18題需在試題空白處寫出計算過程，否則不予計分！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								
填空題	9	10	11	12	13	14	15	16
答案								

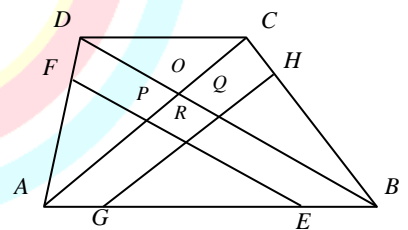
## 一、選擇題（每小題5分，共40分）

1. 如圖一個簡單臉譜由  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  五塊區域組成，現用紅、黃、藍、綠四種顏色對這五塊區域染色，要求有公共邊界的區域要用不同顏色區分開，且兩只“眼睛”要同色，那麼染錯的機率  $P$  為( )。
- A.  $80\% < P < 85\%$     B.  $85\% < P < 90\%$     C.  $90\% < P < 95\%$     D.  $P > 95\%$

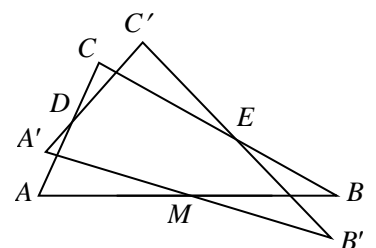


2. The area of trapezoid (梯形)  $ABCD$  at the right figure is 1 square unit,  $AB \parallel CD$ ,  $EF \parallel BD$ ,  $GH \parallel AC$ , with  $AB = 2CD$ ,  $AP = PC$ ,  $BQ = QD$ , What is the area of quadrilateral (四邊形)  $PRQO = ?$

- A.  $\frac{1}{9}$     B.  $\frac{1}{12}$     C.  $\frac{1}{18}$     D.  $\frac{1}{36}$



3. 如圖  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 60^\circ$ 、 $\angle B = 30^\circ$ ，將  $\triangle ABC$  繞  $AB$  邊中點  $M$  順時針旋轉  $20^\circ$  至  $\triangle A'B'C'$ ，設  $AC$  與  $A'C'$  交於點  $D$ ， $BC$  與  $B'C'$  交於點  $E$ ，那麼  $\angle DME$  的角度為( )。
- A.  $60^\circ$     B.  $90^\circ$     C.  $120^\circ$     D.  $150^\circ$



4. 若  $\frac{a-b}{\sqrt{2\sqrt{ab}-a-b}}$  有意義，則此代數式可化簡為 ( )。
- A.  $\sqrt{a}-\sqrt{b}$     B.  $\sqrt{-a}-\sqrt{-b}$     C.  $\sqrt{-a}+\sqrt{-b}$     D.  $\sqrt{-b}-\sqrt{-a}$
5. “ $\frac{7}{8 \times 9} \times 2^6 + \frac{8}{9 \times 10} \times 2^7 + \dots + \frac{13}{14 \times 15} \times 2^{12} + \frac{14}{15 \times 16} \times 2^{13}$ ” 計算結果為 ( )。
- A. 整數    B. 有限小數    C. 無限循環小數    D. 無理數

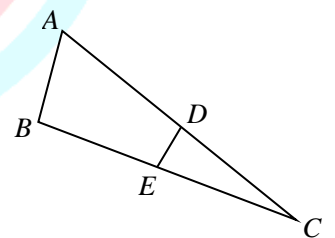
6. 任作凸  $n$  邊形，以各邊為直徑各作一個圓，該凸  $n$  邊形總能被這  $n$  個圓（包括圓周及其內部區域）所覆蓋，則  $n$  的最大值為 ( )。
- A. 3    B. 4    C. 5    D. 6

7. 將函數  $y = \frac{a-x}{x-a-1}$  的圖象以直線  $y=x$  為軸作軸對稱變換，已知得到的圖象是一個中心對稱圖形且對稱中心為  $M(m,3)$ ，則  $a^m =$  ( )。
- A.  $\frac{1}{2}$     B. 2    C. -2    D. -4

8. 已知拋物線  $y=ax^2$  與其關於點  $(1,1)$  中心對稱的曲線恰有兩個不同的交點  $A$  和  $B$ ，若  $A$ 、 $B$  所在直線與  $x$  軸正半軸夾角為  $45^\circ$ ，那麼實數  $a =$  ( )。
- A. 2    B. -2    C.  $\frac{1}{2}$     D.  $-\frac{1}{2}$

二、填空題（每小題 5 分，共 40 分）

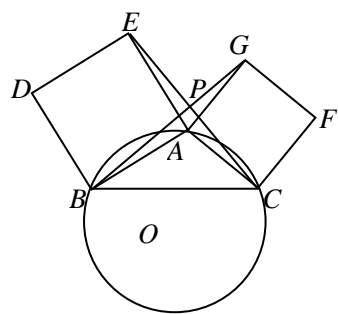
9. Refer  $\triangle ABC$  at the right,  $E$  is the midpoint of  $BC$ ,  $D$  lie on  $AC$  with  $\angle BAC=60^\circ$ ,  $\angle ACB=20^\circ$ ,  $\angle DEC=80^\circ$ ,  $S_{\triangle ABC}+2S_{\triangle CDE}=\sqrt{3}$ , What is the length of  $AC$ ? \_\_\_\_\_.



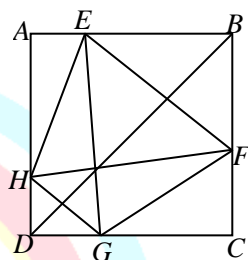
10. 關於  $x$  的二次不等式  $x^2-2x+(2a-4)<0$  僅有一個整數解，且係數  $a$  也是整數，那麼  $a =$  \_\_\_\_\_。

11. Determine all the solution of  $\begin{cases} x(x+1)(3x+y) = 144 \\ x^2 + 4x + y = 24 \end{cases}$  . \_\_\_\_\_.

12. 如圖， $A$ 、 $B$ 、 $C$  為圓  $O$  上三個點， $BC=10$  為固定邊， $A$  為動點，且保持  $\angle BAC=120^\circ$ ，以  $\triangle ABC$  的邊  $AB$ ， $AC$  為邊向三角形外作正方形  $ABDE$  和  $ACFG$ ，設  $BG$ 、 $CE$  交於點  $P$ ，則  $OP$  的最大值為\_\_\_\_\_。



13. 如圖  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分別是正方形  $ABCD$  四邊  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$ 、 $DA$  上的點，且  $EG$ 、 $FH$ 、 $BD$  三線共點，線段  $AE$ 、 $BE$ 、 $BF$ 、 $CF$ 、 $CG$ 、 $DG$ 、 $DH$ 、 $AH$  的長度都是整數公分，又知  $S_{\triangle AEH}=3\text{cm}^2$ ， $S_{\triangle DGH}=6\text{cm}^2$ ， $S_{\triangle BEF}=24\text{cm}^2$ ，那麼則  $S_{\text{四邊形 } EFGH}$  = \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。



14. 設實數  $x$ 、 $y$  滿足  $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ ，且  $y \neq 0$ ，則代數式  $\frac{x+1}{y}$  的最小值是\_\_\_\_\_。

15. 已知不等式  $a \leq \frac{3}{4}x^2 - 3x + 4 \leq b$  的解集是  $\{a \leq x \leq b\}$  (其中  $a < b$ ) 則  $b$  = \_\_\_\_\_。

16. 已知等腰梯形的最長邊長為  $13\text{cm}$ ，周長為  $28\text{cm}$ ，面積為  $27\text{cm}^2$ ，則它的最短邊長為\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ 。

### 三、簡答題 (每小題 10 分，共 20 分，請簡要寫出解答過程)

17. 對於正整數  $n$ ，定義  $f(n)$  為  $3n^2 + n + 1$  的十進位表示的數碼和，  
 (1) 求  $f(n)$  能取得的最小可能值；  
 (2) 找到正整數  $n$ ，使  $f(n)=2015$

18. 如圖，以 $\triangle ABC$ 的中線 $AD$ 為直徑作圓 $O$ ，分別交 $AB$ 、 $AC$ 於點 $E$ 、 $F$ ，設圓 $O$ 在 $E$ 、 $F$ 處的切線交於點 $P$ ，求證 $PD \perp BC$ 。

