

國中三年級 決賽試題

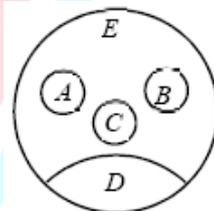
◎ 第1-16題請將答案填寫在下面答案表內！

◎ 第17-18題需在試題空白處寫出計算過程，否則不予計分！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								
填空題	9	10	11	12	13	14	15	16
答案								

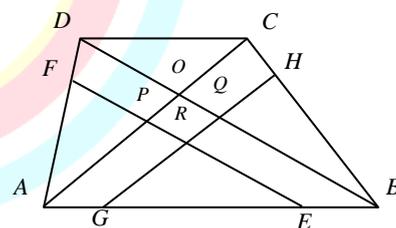
一、選擇題（每小題5分，共40分）

1. 如圖一個簡單臉譜由 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五塊區域組成，現用紅、黃、藍、綠四種顏色對這五塊區域染色，要求有公共邊界的區域要用不同顏色區分開，且兩只“眼睛”要同色，那麼染錯的機率 P 為()。



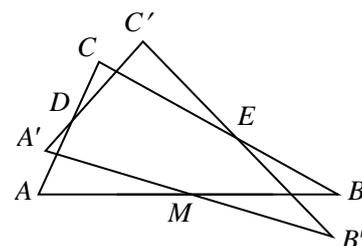
A. $80% < P < 85%$ B. $85% < P < 90%$ C. $90% < P < 95%$ D. $P > 95%$

2. The area of trapezoid (梯形) $ABCD$ at the right figure is 1 square unit, $AB \parallel CD$, $EF \parallel BD$, $GH \parallel AC$, with $AB = 2CD$, $AP = PC$, $BQ = QD$, What is the area of quadrilateral (四邊形) $PRQO = ?$



A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{18}$ D. $\frac{1}{36}$

3. 如圖 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ 、 $\angle B = 30^\circ$ ，將 $\triangle ABC$ 繞 AB 邊中點 M 順時針旋轉 20° 至 $\triangle A'B'C'$ ，設 AC 與 $A'C'$ 交於點 D ， BC 與 $B'C'$ 交於點 E ，那麼 $\angle DME$ 的角度為()。



A. 60° B. 90° C. 120° D. 150°

4. 若 $\frac{a-b}{\sqrt{2\sqrt{ab}-a-b}}$ 有意義，則此代數式可化簡為 ()。
- A. $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ B. $\sqrt{-a}-\sqrt{-b}$ C. $\sqrt{-a}+\sqrt{-b}$ D. $\sqrt{-b}-\sqrt{-a}$
5. “ $\frac{7}{8 \times 9} \times 2^6 + \frac{8}{9 \times 10} \times 2^7 + \dots + \frac{13}{14 \times 15} \times 2^{12} + \frac{14}{15 \times 16} \times 2^{13}$ ” 計算結果為 ()。
- A. 整數 B. 有限小數 C. 無限循環小數 D. 無理數

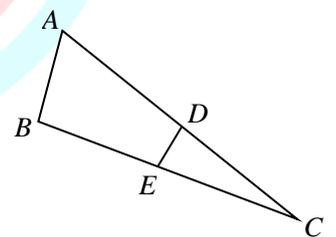
6. 任作凸 n 邊形，以各邊為直徑各作一個圓，該凸 n 邊形總能被這 n 個圓（包括圓周及其內部區域）所覆蓋，則 n 的最大值為 ()。
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

7. 將函數 $y = \frac{a-x}{x-a-1}$ 的圖象以直線 $y=x$ 為軸作軸對稱變換，已知得到的圖像是一個中心對稱圖形且對稱中心為 $M(m,3)$ ，則 $a^m =$ ()。
- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. -2 D. -4

8. 已知拋物線 $y=ax^2$ 與其關於點 $(1,1)$ 中心對稱的曲線恰有兩個不同的交點 A 和 B ，若 A 、 B 所在直線與 x 軸正半軸夾角為 45° ，那麼實數 $a =$ ()。
- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

二、填空題（每小題 5 分，共 40 分）

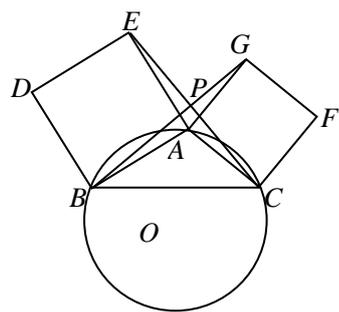
9. Refer $\triangle ABC$ at the right, E is the midpoint of BC , D lie on AC with $\angle BAC=60^\circ$, $\angle ACB=20^\circ$, $\angle DEC=80^\circ$, $S_{\triangle ABC}+2S_{\triangle CDE}=\sqrt{3}$, What is the length of AC ? _____.



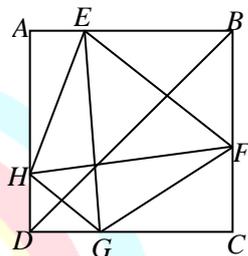
10. 關於 x 的二次不等式 $x^2-2x+(2a-4)<0$ 僅有一個整數解，且係數 a 也是整數，那麼 $a =$ _____。

11. Determine all the solution of $\begin{cases} x(x+1)(3x+y) = 144 \\ x^2 + 4x + y = 24 \end{cases}$. _____.

12. 如圖， A 、 B 、 C 為圓 O 上三個點， $BC=10$ 為固定邊， A 為動點，且保持 $\angle BAC=120^\circ$ ，以 $\triangle ABC$ 的邊 AB ， AC 為邊向三角形外作正方形 $ABDE$ 和 $ACFG$ ，設 BG 、 CE 交於點 P ，則 OP 的最大值為_____。



13. 如圖 E 、 F 、 G 、 H 分別是正方形 $ABCD$ 四邊 AB 、 BC 、 CD 、 DA 上的點，且 EG 、 FH 、 BD 三線共點，線段 AE 、 BE 、 BF 、 CF 、 CG 、 DG 、 DH 、 AH 的長度都是整數公分，又知 $S_{\triangle AEH}=3\text{cm}^2$ ， $S_{\triangle DGH}=6\text{cm}^2$ ， $S_{\triangle BEF}=24\text{cm}^2$ ，那麼則 $S_{\text{四邊形 } EFGH}$ = _____ cm^2 。



14. 設實數 x 、 y 滿足 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ ，且 $y \neq 0$ ，則代數式 $\frac{x+1}{y}$ 的最小值是_____。

15. 已知不等式 $a \leq \frac{3}{4}x^2 - 3x + 4 \leq b$ 的解集是 $\{a \leq x \leq b\}$ (其中 $a < b$) 則 b = _____。

16. 已知等腰梯形的最長邊長為 13cm ，周長為 28cm ，面積為 27cm^2 ，則它的最短邊長為_____ cm 。

三、簡答題 (每小題 10 分，共 20 分，請簡要寫出解答過程)

17. 對於正整數 n ，定義 $f(n)$ 為 $3n^2 + n + 1$ 的十進位表示的數碼和，
- (1) 求 $f(n)$ 能取得的最小可能值；
 - (2) 找到正整數 n ，使 $f(n)=2015$

18. 如圖，以 $\triangle ABC$ 的中線 AD 為直徑作圓 O ，分別交 AB 、 AC 於點 E 、 F ，設圓 O 在 E 、 F 處的切線交於點 P ，求證 $PD \perp BC$ 。

