

國中二年級 決賽試題

◎ 第1-16題請將答案填寫在下面答案表內！

◎ 第17-18題需在試題空白處寫出計算過程，否則不予計分！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								
填充題	9	10	11	12	13	14	15	16
答案								

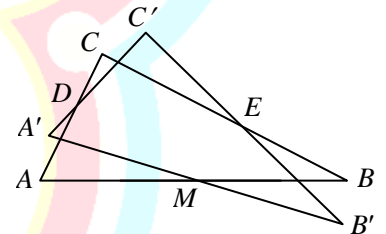
一、選擇題（每小題5分，共40分）

 1. “ $20\frac{1}{15} \times 15\frac{1}{20} \times 12\frac{1}{50}$ ”計算結果的整數部分為（ ）。

- A. 3601 B. 3612 C. 3630 D. 3631

 2. 如圖 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=60^\circ$ 、 $\angle B=30^\circ$ ，將 $\triangle ABC$ 繞 AB 邊中點 M 順時針旋轉 20° 至 $\triangle A'B'C'$ ，設 AC 與 $A'C'$ 交於點 D ， BC 與 $B'C'$ 交於點 E ，那麼 $\angle DME$ 的角度為（ ）。

- A. 60° B. 90° C. 120° D. 150°

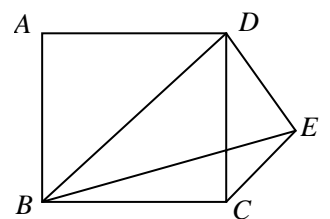


3. 桌上放著六張牌全部正面朝下，已知其中恰有兩張K，現隨機翻開兩張牌，“至少翻出一張K”與“翻出兩張都不是K”的機率相比（ ）。

- A. 前者大 B. 後者大 C. 二者一樣大 D. 無法比較

 4. Quadrilateral $ABCD$ at the right is a square with area of 1 square unit (單位正方形) such that $BD=BE$, $CE \parallel BD$. What is the length of CE ?

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

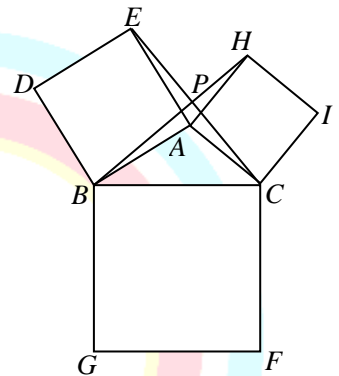


5. 將一個正整數表示為 3 的不同非負整數冪相加減的形式（每個整數冪算一項），例如 $15=3^3-3^2-3$ （共有3項），那麼 2015 寫成上述類似形式會出現（ ）項。
A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

6. 函數 $y = \frac{a-x}{x-a-1}$ 的圖像是一個中心對稱圖形，對稱中心為 $M(4,b)$ ，則 $a+b=()$ 。
A. 2 B. 3 C. -2 D. -4

7. 設 $A=(5\sqrt{2}+7)^{2015}$ ，其小數部分為 B ，則 $A \cdot B$ 的值為（ ）。
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 如圖 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=120^\circ$ ， $BC=10$ ，分別以邊 AB 、 BC 、 AC 為邊向三角形外作正方形 $ABDE$ 、 $BCFG$ 、 $CAHI$ ，設 CE 、 BH 交於點 P ，正方形 $BCFG$ 的中心為 O ，則 OP 的最大值為（ ）。
A. 10 B. $5+4\sqrt{3}$ C. $5+4\sqrt{2}$ D. 8



二、填空题（每小題 5 分，共 40 分）

9. 一種液晶螢幕恰好可以顯示 4 個數字，每個數字均由 2~7 條線段組成（如圖）。當旋轉觀看時有些顯示沒有意義，有些顯示不變，還有些顯示成另一個數，那麼旋轉後可以正常顯示成另一個數的共有_____個。（正常顯示必須嚴格符合圖例給出的正確樣式）



10. In an isosceles trapezoid (等腰梯形), the longest side is 13cm, the shortest side is 5cm, and the perimeter (周長) is 28cm. Determine the area of this trapezoid in cm^2 ? _____.

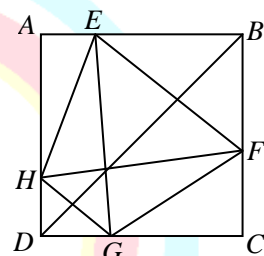
11. Compute: $\frac{1}{2 \times 3} \times 2^2 + \frac{2}{3 \times 4} \times 2^3 + \frac{3}{4 \times 5} \times 2^4 + \dots + \frac{13}{14 \times 15} \times 2^{14} + \frac{14}{15 \times 16} \times 2^{15} =$ _____.

12. 滿足 $a + \frac{10b}{a^2 + b^2} = 5$, $b + \frac{10a}{a^2 + b^2} = 4$ 的正整數對 (a, b) 共 _____ 組。

13. 已知分式 $\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)} = \frac{a_1}{x+1} + \frac{a_2}{x+2} + \dots + \frac{a_5}{x+5}$ (其中 a_1, \dots, a_5 為常數), 等式右邊稱為等式左邊的部分分式形式, 則 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 =$ _____。

14. 已知 5 個正整數 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$ 滿足 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 \leq 2015$, 則 $x_3 - x_2$ 的最大值是 _____。

15. 如圖 E, F, G, H 分別是正方形 $ABCD$ 四邊 AB, BC, CD, DA 上的點, 且 EG, FH, BD 三線共點, 線段 $AE, BE, BF, CF, CG, DG, DH, AH$ 的長度都是整數公分, 又知 $S_{\triangle AEH} = 3\text{cm}^2$, $S_{\triangle DGH} = 6\text{cm}^2$, $S_{\triangle BEF} = 24\text{cm}^2$, 那麼則 $S_{\text{正方形 } ABCD} =$ _____ cm^2 。



16. 解方程組：

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{x-1} \times \sqrt{y-2} \times \sqrt{z-3}}{|x-1| + |y-2|} = \frac{6}{13} \\ \frac{\sqrt{x-1} \times \sqrt{y-2} \times \sqrt{z-3}}{|z-3| + |y-2|} = \frac{6}{5} \\ \frac{\sqrt{x-1} \times \sqrt{y-2} \times \sqrt{z-3}}{|x-1| + |z-3|} = \frac{3}{5} \end{cases} , x+y+z = \text{_____}。$$

三、簡答題 (每小題 10 分, 共 20 分, 請簡要寫出解答過程)

17. “*” 是在全體實數上定義的二元運算, 滿足如下恆等式：

- (1) $a * a = a$
- (2) $(ka) * (kb) = k \cdot (a * b)$
- (3) $(a_1 + a_2) * (b_1 + b_2) = (a_1 + 2b_1) * (\frac{1}{2}a_2 + b_2)$
- (4) $a * b = b * (\frac{a+b}{2})$

以上恆等式對任意實數 $a, b, k, a_1, a_2, b_1, b_2$ 都成立, 求 $2015 * (-2014)$ 。

18. 如圖 D 為 $\triangle ABC$ 的 BC 邊中點， $DE \perp AB$ 於點 E ， $DF \perp AC$ 於點 F ，
設 EF 的中垂線與 BC 的中垂線交於點 P ，求證 $\angle PED + \angle PFD = \angle A$ 。

