

國中一年級 決賽試題

◎ 第1-16題請將答案填寫在下面答案表內！

◎ 第17-18題需在試題空白處寫出計算過程，否則不予計分！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								
填充題	9	10	11	12	13	14	15	16
答案								

一、選擇題（每小題5分，共40分）

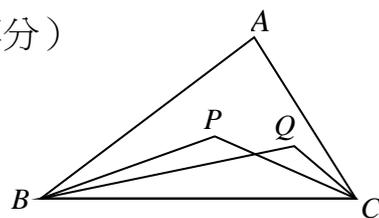
- 方程 $|x-20|+|x+15|=2015$ 的兩個解為 x_1 和 x_2 ，那麼 $x_1+x_2=()$ 。

A. 2015 B. 1010 C. 5 D. -5
- What is the integer (整數部分) of the final result of $20\frac{1}{15} \times 15\frac{1}{20} \times 12\frac{1}{50}$?

A. 3601 B. 3612 C. 3630 D. 3631
- 同時含有字母 $a、b、c、d、e$ 且係數為1的2015次單項式有()個。

A. C_{2014}^5 B. C_{2015}^5 C. C_{2014}^4 D. C_{2015}^4
- Refer to the figure $\triangle ABC$ at the right. BP and BQ trisect (三等分) interior $\angle ABC$ while CP and CQ trisect $\angle ACB$, Given that $\angle P=100^\circ$ and $\angle Q=130^\circ$, what is the size of $\angle A$?

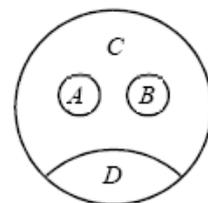
A. 115° B. 80° C. 65° D. 50°



5. 記 $A = \frac{1}{0^3+1^3+2^3-3 \times 0 \times 1 \times 2} + \frac{1}{1^3+2^3+3^3-3 \times 1 \times 2 \times 3} + \dots + \frac{1}{2014^3+2015^3+2016^3-3 \times 2014 \times 2015 \times 2016}$
 , $B = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2015}$, 則以下命題正確的是 ()。

- A. $B-A$ 是整數 B. $B+A$ 是整數 C. $B \div A$ 是整數 D. $A \div B$ 是整數

6. 如右圖所示，一個簡單臉譜由 A 、 B 、 C 、 D 四塊區域組成，現用紅、藍、黑三種顏色對這四塊區域染色，要求有公共邊界的相鄰區域要用不同顏色區分開，兩只“眼睛” A 、 B 同色的機率與不同色的機率相比 ()。



- A. 異色的機率大 B. 同色的機率大 C. 一樣大 D. 無法比較

7. 一個凸 n 邊形，每個內角的角度互不相同，且均為 30° 的整數倍，那麼 n 最大是 ()。

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. 對於正整數 n , “ $3n^2 + n + 1$ ” 在十進制表示下的各位數碼之和最小為 ()。

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题 (每小題 5 分，共 40 分)

9. Given: $A = \underbrace{20202 \dots 02}_{(15\text{-digit number})} \times \underbrace{55 \dots 55}_{(20\text{-digit number})}$ and $B = \underbrace{22 \dots 22}_{(15\text{-digit number})} \times \underbrace{5050 \dots 50}_{(20\text{-digit number})}$, Determine

$|A-B| = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 已知分式 $\frac{1}{(x+15)(x+20)} = \frac{a}{x+15} + \frac{b}{x+20}$ (其中 a 、 b 為常數)，等式右邊稱為等式左邊的部分分式形式，則 $ab = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 將 2015 寫成 $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots$ 的形式，其中 $a_0 < a_1 < a_2 < \dots$ ，且都是 2 的次方 (a_0 可以是 $1=2^0$)，那麼 $2015 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 已知 5 個正整數 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$ 滿足 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 \leq 2015$ ，則 $x_3 - x_2$ 的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 滿足 $a + \frac{6}{b} = 5$, $b + \frac{4}{a} = 4$ 的整數解為 a 、 b , 那麼 $a+b=$ _____。

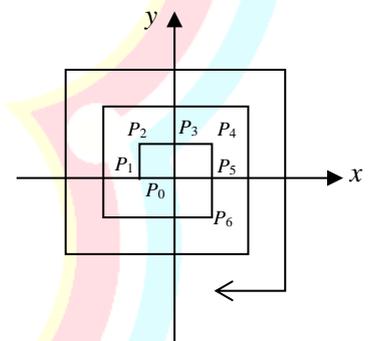
14. 已知 $2 \times (n+1) - (n+2) = n$, 計算： $\frac{1}{2 \times 3} \times 2^2 + \frac{2}{3 \times 4} \times 2^3 + \frac{3}{4 \times 5} \times 2^4 + \dots + \frac{13}{14 \times 15} \times 2^{14} + \frac{14}{15 \times 16} \times 2^{15} =$ _____。

15. 如果多項式 $x^{2015} + x^{2014} + 2 \times 3^{2014}$ 除以 $x^2 + x - 6$ 的餘式是 $ax+b$, 那麼 $a=$ _____。
(可以用次方形式表達)

16. IMC 組委會為某國代表團安排車輛，有大小兩種規格，小車承載量不到大車的一半，已知 1 輛大車和 1 輛小車共有 60 個乘客座位，1 輛大車和 2 輛小車只能乘載團員總數的三分之一。如果組委會共派出 7 輛車，恰好能承載全部團員，且恰好坐滿，那麼此國代表團共有_____名團員。

三、簡答題（每小題 10 分，共 20 分，請簡要寫出解答過程）

17. 如圖，從點 $P_0(0,0)$ 出發，每步長為 1，在格點中走出一條螺旋線， $P_1(-1,0)$ 、 $P_2(-1,1)$ 、 $P_3(0,1)$ 、 $P_4(1,1)$ 、 $P_5(1,0)$ 、 $P_6(1,-1)$ 、 \dots ，請列舉螺旋線上前 4 個使得 $|x_n| + |y_n| = 2015$ 的格點 P_n 坐標及其編號 n ？



18. 平面內有 N 個給定的點，如果能找到 k 條直線，它們分別恰好通過其中 1 個、2 個、 \dots 、 k 個定點，當 $k=3$ 時如圖例， N 至少為 4，那麼 $k=5$ 時， N 至少為多少？給出一種構造。

