

2015  國際數學競賽 台灣區初賽  
2015 International Mathematics Contest (Taiwan)

國中二年級組 試卷

※ 請將答案寫在答案卷上

一、選擇題 (每題 10 分)

( D ) 1. Please calculate  $\frac{1}{2} + \frac{1}{7} = ?$  (A)  $\frac{2}{9}$  (B)  $\frac{1}{14}$  (C)  $\frac{5}{12}$  (D)  $\frac{9}{14}$

解析：計算  $\frac{1}{2} + \frac{1}{7} = \frac{7}{14} + \frac{2}{14} = \frac{9}{14}$

( D ) 2. Ted got math record 60 into the base, first exam he got 80 and test record +10, second exam he got -4, third exam he got 72. Four exams the average is 62, the fourth score should be recorded as ?  
(A) +3 (B) -3 (C) -4 (D) -8

解析：翻譯：泰德的數學成績以 60 分為基準，第一次考 80 分記為+10，第二次記為-4，第三次考 72 分，四次平均分數為 62 分，則第四次成績應記為多少？  
 $62 \times 4 - 80 - (60 - 4 \times 2) - 72 = 44$ ， $(60 - 44) \div 2 = 8$ ， $\therefore$  成績比 60 分低，應記為-8

( C ) 3. Which of following number is the reciprocal of  $-2\frac{2}{3}$  ?

(A)  $-2\frac{3}{2}$  (B)  $\frac{2}{3} - 2$  (C)  $-\frac{3}{8}$  (D)  $-(3 - \frac{1}{3})$

解析：翻譯：下列哪一個為  $-2\frac{2}{3}$  的倒數？ $-2\frac{2}{3} = -\frac{8}{3}$ ，倒數為  $-\frac{3}{8}$

( D ) 4. 請問  $x=2$  是下列哪一個方程式的解？

(A)  $7x - 6 = 5x - 10$  (B)  $5(x - 2) + 7 = 8(x + 2) - 6$   
(C)  $\frac{2}{3}x + 1 = 5x$  (D)  $2005(x - 2) + 7 = 1999(x - 2) + 2x + 3$

解析：(A)  $7 \times 2 - 6 \neq 5 \times 2 - 10$

(B)  $5(2-2)+7 \neq 8(2+2)-6$

(C)  $\frac{2}{3} \times 2 + 1 \neq 5 \times 2$

(D)  $2005(2-2)+7=1999(2-2)+2 \times 2+3$ ， $\therefore$  選(D)

( A ) 5. 化簡  $2x - \frac{2(3y-4x+1)}{3} + \frac{-4x+y-3}{2} = ?$

(A)  $\frac{8}{3}x - \frac{3}{2}y - \frac{13}{6}$       (B)  $\frac{8}{3}x - \frac{5}{2}y - \frac{13}{6}$

(C)  $\frac{8}{3}x - \frac{3}{2}y - \frac{5}{6}$       (D)  $\frac{8}{3}x - \frac{5}{2}y - \frac{5}{6}$

解析： $\frac{12x}{6} - \frac{12y-16x+4}{6} + \frac{-12x+3y-9}{6} = \frac{16x-9y-13}{6} = \frac{8}{3}x - \frac{3}{2}y - \frac{13}{6}$

( C ) 6. 數線上有一隻黃金鼠在 2 的位置上，為了找到天下第一味的葵花籽，牠先向左走 16 個單位長，再向右走 10 個單位長，終於找到這顆天下第一味的葵花籽。請問：這顆葵花籽的位置所代表的數是多少？

(A) 4      (B) 8      (C) -4      (D) -8

解析： $2-16+10=-4$ ，故選(C)

( C ) 7. 已知本次段考灰原五科的平均分數和各科分數的比較如右表，其中數學部分被塗汙，若灰原的自然得分

科目	國文	英語	數學	社會	自然
比較分數	-1	+3		+4	-3

為 80 分，則數學分數為何？ (A) 74    (B) 77    (C) 80    (D) 83 分

解析：各科與平均分數比較的總和應為 0， $\therefore -1+3+4-3=3$ ，

$\therefore$  數學的比較分數為 -3， $\therefore$  數學和自然同為 80 分

( A ) 8. 有一個奈米口罩的織布縫隙是  $10^{-9}$  公尺，則下列哪幾種細菌會被此口罩有效隔離？

甲細菌： $9.87 \times 10^{-10}$  m；乙細菌： $8.7 \times 10^{-8}$  m；丙細菌： $7.8 \times 10^{-7}$  m

- (A) 乙丙      (B) 甲丙      (C) 甲乙      (D) 三種都可以

解析：甲： $0.987 \times 10^{-9}$  m；乙細菌： $87 \times 10^{-9}$  m；丙細菌： $780 \times 10^{-9}$  m

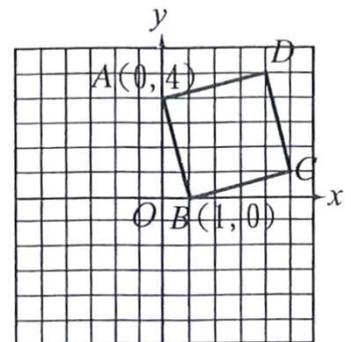
( B ) 9. 52 張撲克牌，平均發給若干人，每人最多 15 張，且不能剩下，則拿牌的方式有幾種？ (A) 3      (B) 4      (C) 5      (D) 6

解析：令拿牌的方式為(人, 牌數)

$\Rightarrow (1, 52)、(2, 26)、(4, 13)、(13, 4)、(26, 2)、(52, 1)$ ，

但每人的牌數最多 15 張  $\Rightarrow (1, 52)、(2, 26)$  不合  $\Rightarrow$  有 4 種拿法

( C ) 10. 如圖，在坐標平面上，將正方形 ABCD 以 B 點為圓心，順時針轉  $90^\circ$  後，D 點到達位置的坐標為何？



- (A) (6, -4)      (B) (5, -4)  
(C) (6, -3)      (D) (5, -3)

解析：① 旋轉後原來 C 變成 A，

② 原 D 點坐標 (4, 5) 轉  $90^\circ$  後，D 點坐標為 (6, -3)

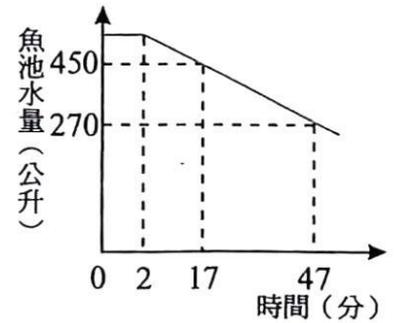
( C ) 11. 王家三兄弟，每月薪水的總和為 90000 元，已知大哥薪水是二哥薪水的二倍，二哥薪水的三倍是小弟薪水的二倍，則由題意，請問大哥每月的薪水有多少元？

- (A) 20000      (B) 30000      (C) 40000      (D) 50000

解析：大哥：二哥 = 2 : 1，二哥：小弟 = 2 : 3

$\rightarrow$  大哥：二哥：小弟 = 4 : 2 : 3， $90000 \times \frac{4}{9} = 40000$  元

- ( B ) 12. 阿土伯使用一台抽水馬達將魚池內的水抽乾，已知馬達電源啓動 2 分鐘內為熱機時間，所以不抽水，2 分鐘之後開始抽水，魚池內水量與時間的關係如右圖所示，則馬達啓動前魚池內的水量為多少公升？



- (A) 500      (B) 540      (C) 560      (D) 580

解析：設直線的方程式為  $y=ax+b$ ，則 
$$\begin{cases} 450 = 17a + b \\ 270 = 47a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 552 \end{cases}$$

所以直線的方程式為  $y=-6x+552$ ，

將  $x=2$  代入  $y=-6x+552 \Rightarrow -6 \times 2 + 552 = 540$

故馬達啓動前魚池內的水量為 540 公升

- ( D ) 13. 高美館藝術展覽的門票，大人每張 120 元，小孩每張 70 元，團體票〔需至少 20 人以上（含）〕則照原價打 75 折。已知一團體，有大人 5 人，請問小孩幾人以上（含）買團體票才比較划算？
- (A) 7      (B) 8      (C) 9      (D) 10

解析：設小孩有  $x$  人，依題意得  $5 \times 120 + 70x \geq (5 \times 120 + 15 \times 70) \times 0.75$

$\Rightarrow 600 + 70x \geq 1237.5 \Rightarrow 70x \geq 637.5 \Rightarrow x \geq 9.1$ ，

所以小孩 10 人以上團體票比較划算

- ( B ) 14. 計算  $\frac{285 \times 289 + 4}{287} - 1 = ?$  (A) 285      (B) 286      (C) 287      (D) 288

解析：原式 =  $\frac{(287-2) \times (287+2) + 4}{287} - 1 = \frac{287^2 - 4 + 4}{287} - 1 = 287 - 1 = 286$

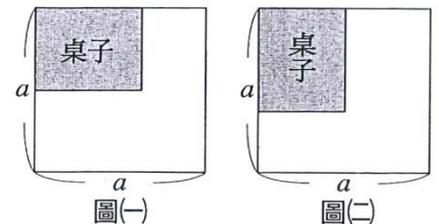
( B ) 15. 下列敘述何者錯誤？

(A)  $\sqrt{900} = 30$       (B)  $\sqrt{9\frac{1}{4}} = 3\frac{1}{2}$

(C)  $\sqrt{14400} = 120$       (D)  $\sqrt{0.000324} = 0.018$

解析：(B)錯， $\sqrt{9\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{37}{4}} = \frac{\sqrt{37}}{2}$

( C ) 16. 阿輝伯有一個邊長為  $a$  公尺的正方形房間，  
裡面擺了一張長為 10 公尺、寬為 8 公尺的  
長方形桌子，如圖(一)所示，如今阿輝伯想



要將桌子換個方向，如圖(二)所示，則房間的邊長至少要為幾公尺才能  
將桌子轉向？ (A) 15      (B) 14      (C) 13      (D) 12

解析：桌子對角線長  $= \sqrt{10^2 + 8^2} = \sqrt{164}$ ，

$$\sqrt{144} < \sqrt{164} < \sqrt{169}, \quad 12 < \sqrt{164} < 13, \quad \sqrt{164} = 12. \dots \therefore a = 13$$

( A ) 17. 化簡  $\sqrt{48} - 2\sqrt{3}(\sqrt{3} + 5) + \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = ?$

(A)  $-4 - 5\sqrt{3}$       (B)  $-2 - 4\sqrt{3}$       (C)  $-3 + \sqrt{3}$       (D)  $-5 + 2\sqrt{3}$

解析：原式  $= 4\sqrt{3} - 6 - 10\sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = -6 - 6\sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = -4 - 5\sqrt{3}$

( B ) 18. 若直線  $ax - by = 1$  的圖形通過第二、三、四象限，則  $bx + ay = 1$  的圖形不  
通過哪一象限？

(A) 第一象限      (B) 第二象限      (C) 第三象限      (D) 第四象限

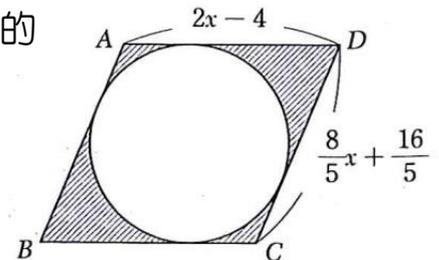
解析：  $ax - by = 1$  與兩軸交點  $(\frac{1}{a}, 0)$ 、 $(0, -\frac{1}{b})$  不經過第一象限，

$\therefore a < 0, b > 0$ ，又  $bx + ay = 1$  與兩軸交點  $(\frac{1}{b}, 0)$ 、 $(0, \frac{1}{a})$ ，

$\therefore$  不通過第二象限

( D ) 19. 如右圖，平行四邊形  $ABCD$  內切一個圓，圓的

直徑是  $\overline{CD}$  的  $\frac{5}{4}$ ，試求斜線面積為何？



(A)  $(4 - \pi)x^2 - 2\pi x - 16 - 4\pi$

(B)  $(4 - \pi)x^2 + 2\pi x - 20\pi$

(C)  $(4 - \pi)x^2 + 4\pi x - 20\pi$

(D)  $(4 - \pi)x^2 - 4\pi x - 16 - 4\pi$

解析：圓的直徑 =  $\frac{5}{4} \times \frac{8}{5}(x+2) = 2x+4$ ，半徑為  $x+2$ ，

$$\begin{aligned} \text{斜線面積} &= (2x-4)(2x+4) - (x+2)^2\pi = 4x^2 - 16 - \pi x^2 - 4\pi x - 4\pi \\ &= (4 - \pi)x^2 - 4\pi x - 16 - 4\pi \end{aligned}$$

( B ) 20. 如圖，長方形  $ABCD$  中， $M$ 、 $N$  分別為  $\overline{AB}$ 、

$\overline{CD}$  的中點，且長方形  $AMND$  分成甲、乙兩

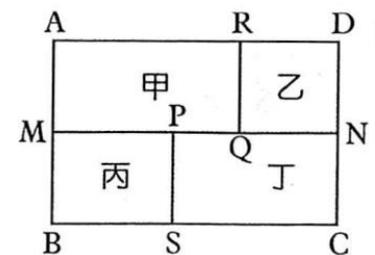
長方形，長方形  $MBCN$  分成丙、丁兩長方形。

若面積比甲：乙 = 2：1，丙：丁 = 4：5，

則  $\overline{MP} : \overline{PQ} : \overline{QN} = ?$

(A) 3：1：2      (B) 4：2：3

(C) 5：3：4      (D) 4：3：2



解析：  $\because$  甲、乙有一共同邊  $\overline{QR}$ ， $\therefore$  甲：乙 =  $\overline{MQ} : \overline{QN} = 2 : 1$ ，

同理丙：丁 =  $\overline{MP} : \overline{PN} = 4 : 5$ ，令  $\overline{MP} = 4r$ ， $\overline{PN} = 5r$ ， $\therefore \overline{MN} = 9r$ ，

$$\because \overline{MQ} : \overline{QN} = 2 : 1, \therefore \overline{MQ} = 6r, \overline{QN} = 3r, \therefore \overline{PQ} = 6r - 4r = 2r,$$

$$\therefore \overline{MP} : \overline{PQ} : \overline{QN} = 4 : 2 : 3$$

( A ) 21. 阿山心中想一個數，發現在第 2、4、5 排都出現他想的數，那麼他想的數是多少？

第 1 排	第 2 排	第 3 排	第 4 排	第 5 排
1	2	4	8	16
3	3	5	9	17
5	6	6	10	⋮
7	7	7	11	⋮
9	10	12	12	⋮
11	11	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
17	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

(A) 26

(B) 27

(C) 28

(D) 29

解析：2+8+16=26

( A ) 22. 一包巧克力有 50 顆，因為無法平分給學生，所以老師吃了 6 顆，剩下的還是不能平分，老師再拿起 4 顆，剩下的巧克力剛好分完，學生人數不到 30 人，學生人數可能  $a$  人或  $b$  人，那麼  $a+b=?$

(A) 28

(B) 29

(C) 30

(D) 18

解析：① 50 的因數有 1、2、5、10、25、50， $50-6=44$ ；

② 44 的因數有 1、2、4、11、22、44， $44-4=40$ ；

③ 40 的因數有 1、2、4、5、8、10、20、40；

④ 人數是 40 的因數，但不能是 50 或 44 的因數，所以學生有 8 人或 20 人；

⑤  $a+b=8+20=28$

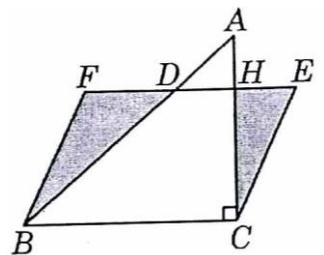
- ( C ) 23. 把民國年數加上 1911 就是西元年數，例如：民國 80 年，西元就是  $80+1911=1991$  年，今年是西元 2015 年，請問下列  $\square$  是多少？
- 【1】 看一下你（妳）手機號碼的最後一位
  - 【2】 把這個數字乘上 4
  - 【3】 然後加上 20
  - 【4】 再乘以 25
  - 【5】 把得到的數目加上  $\square$
  - 【6】 最後一個步驟，用這個數目減去你（妳）出生的那一西元年，  
現在你（妳）看到一個三位數的數字，第一位數字是你（妳）手機號碼的最後一位，接下來就是你（妳）的實際年齡！
- (A) 1715      (B) 1615      (C) 1515      (D) 1415

解析：令手機號碼最後一位是  $x \Rightarrow$

$$(4x+20) \times 25 + \square = 100x + 2015, \quad 100x + 500 + \square = 100x + 2015$$

$$500 + \square = 2015, \quad \square = 1515$$

- ( A ) 24. 如圖， $BCEF$  是平行四邊形，三角形  $ABC$  是一個直角三角形， $BC$  長 8 公分， $AC$  長 7 公分，陰影部分面積比三角形  $ADH$  的面積大 12 平方公分，求  $HC$  的長度。

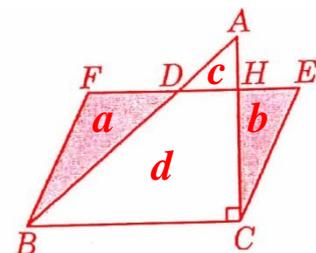


- (A) 5 公分      (B) 4.5 公分      (C) 6 公分      (D) 5.5 公分

解析：  $a+b=c+12, a+b+d=c+d+12,$

$$BCEF \text{ 面積} = \text{直角} \triangle ABC + 12 = 8 \times 7 \div 2 + 12 = 40,$$

$$BC \times HC = 40, \quad 8 \times HC = 40, \quad HC = 5 \text{ 公分}$$



- ( B ) 25. 從 49 名學生中選一名班長，甲、乙、丙為候選人。統計 37 張選票後的結果是：甲得 15 票，乙得 10 票，丙得 12 票。甲至少再得多少張票才能以票數最多當選？
- (A) 4            (B) 5            (C) 6            (D) 7

解析：① 如果甲多 1 票  $\Rightarrow$  甲 16 票；丙多 11 票  $\Rightarrow$  丙 23 票，則甲不當選  
② 如果甲多 2 票  $\Rightarrow$  甲 17 票；丙多 10 票  $\Rightarrow$  丙 22 票，則甲不當選  
③ 如果甲多 3 票  $\Rightarrow$  甲 18 票；丙多 9 票  $\Rightarrow$  丙 21 票，則甲不當選  
④ 如果甲多 4 票  $\Rightarrow$  甲 19 票；丙多 8 票  $\Rightarrow$  丙 20 票，則甲不當選  
⑤ 如果甲多 5 票  $\Rightarrow$  甲 20 票；丙多 7 票  $\Rightarrow$  丙 19 票，則甲當選

## 二、計算題（每題 25 分）

1. 在 400 公尺賽跑中，假設每人速率保持固定，當乙跑到終點時，甲落後乙 25 公尺，丙落後甲 50 公尺，則：
- (1) 甲、乙、丙三人的速率比為何？（10 分）
- (2) 當甲到達終點時，丙離終點還有多少公尺？（15 分）

解析：(1) 時間固定，距離比=速率比

$$\begin{aligned} \text{甲} : \text{乙} : \text{丙} &= (400-25) : 400 : (400-25-50) \\ &= 375 : 400 : 325 = 15 : 16 : 13 \end{aligned}$$

(2) 設丙離終點還有  $x$  公尺

$$\begin{aligned} 400 : x &= 15 : 13, x = \frac{1040}{3} \\ \therefore 400 - \frac{1040}{3} &= \frac{160}{3} \end{aligned}$$

答：(1) 15 : 16 : 13 ; (2)  $\frac{160}{3}$  公尺

2. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  為正整數，且  $\sqrt{3000} \doteq 54.77$ 。若  $\sqrt{3000a}$ 、 $\sqrt{\frac{3000}{b}}$ 、 $\sqrt{3000+c}$ 、 $\sqrt{3000-d}$  均為正整數，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的最小值為何？

解析： $3000 = 2^3 \times 3 \times 5^3$

$$\Rightarrow a = 2 \times 3 \times 5 = 30, b = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\sqrt{3000} \doteq 54.77$$

$$55 = \sqrt{55^2} = \sqrt{3025} = \sqrt{3000+c} \Rightarrow c = 25$$

$$54 = \sqrt{54^2} = \sqrt{2916} = \sqrt{3000-d} \Rightarrow d = 84$$

$$\therefore a = 30, b = 30, c = 25, d = 84$$

答： $a = 30, b = 30, c = 25, d = 84$