

2014 第十屆 國際數學競賽(複賽)台灣

2014 tenth International Mathematics Contest (Taiwan)

國 中 三 年 級 試 卷

考試時間：90 分鐘

卷面總分：240 分

《考試時間尚未開始前請勿翻開》

2014 第十屆 **MATH MC** 國際數學競賽(複賽)台灣

2014 tenth International Mathematics Contest (Taiwan)

※請將答案寫在答案卷上

一、選擇題 (每題 10 分)

1. Assume p is an even number, q is an odd number. If the solution of the simultaneous

equations $\begin{cases} x - 2014y = p \\ 2013x + 3y = q \end{cases}$ are integers, then () is true in the following statements.

- (A) x is an even number, y is an odd number.
- (B) x is an odd number, y is an even number.
- (C) x and y are even numbers.
- (D) x and y are odd numbers.

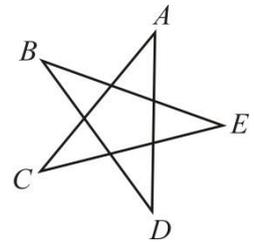
2. What is the value of $1 - (2 - (3 - (4 - (\dots - (2014 - 2015) \dots)))$?

- (A) -1008 (B) 1008 (C) -1007 (D) 1007

3. Points of a pentacle are A, B, C, D, E , then

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = ?$$

- (A) 360° (B) 270° (C) 180° (D) 90°



4. 若 X 為正數且 $X^2 - 4x - 1 = 0$ 則 $X^4 - 5X^3 + 4X^2 - 3X + 18$ 的值為何?

- (A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20

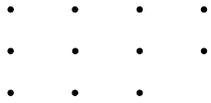
5. 如右圖 1~100 的百數表，若用一個 3×3 的方陣框，框住右表其中 9 個數，並將此框框向右平移 3 格，再向下平移 1 格，則此時框框內的數字總和減去原來的 9 個數字總和之值=?

- (A) 99 (B) 108 (C) 117 (D) 126

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

6. 甲、乙兩人合資共養了 n 頭豬，今每頭豬以 n 元的價格全部賣掉，然後兩人用下面的方法分錢：甲先拿十元，再由乙拿十元，再由甲拿十元，……，如此輪流：拿到最後，剩下不足十元輪到乙拿去。為了公平分配，甲應該補給乙多少元? (A) 1 元 (B) 2 元 (C) 3 元 (D) 4 元

7. $A = \frac{2009!}{(98!)^2}$ 則 A 末尾有幾個 0? (A) 355 (B) 356 (C) 455 (D) 456
8. 已知一個梯形的兩底為 3, 12, 兩腰為 6, 9 則此梯形面積為何?
 (A) $20\sqrt{2}$ (B) $30\sqrt{2}$ (C) $40\sqrt{2}$ (D) $50\sqrt{2}$
9. 如果正整數 n 小於 1000, 且滿足條件 $\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{6}\right] = n$, 其中 $[x]$ 表示不超過實數 x 的最大整數, 則滿足這樣條件的正整數 n 共有多少個? (A) 166 (B) 165 (C) 332 (D) 330
10. 板子上釘有排列整齊的 11 顆釘子, 如圖所示, 若用一根皮筋套在其中的四顆釘子上, 使得皮筋圍成矩形, 則共有多少種套法? (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15



二、填充題(每題 10 分)

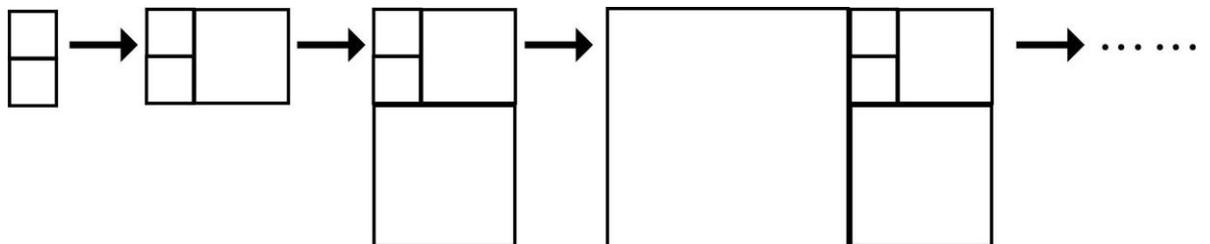
11. 觀察下列 3×3 與 4×4 方格中的數字規律

1	2	3
1	2	2
1	1	1

1	2	3	4
1	2	3	3
1	2	2	2
1	1	1	1

如果在 8×8 的方格上, 仿上面規律填入數字, 則所填入的 64 個數字之總和為_____。

12. 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$, 則 $\frac{2x + 3xy - 2y}{x - 2xy - y} =$ _____。
13. 滿足方程式 $xy - 3(x+y) = 5$ 的正整數解 (x, y) 有_____組。
14. 已知 $n = (5+1)(5^2+1)(5^4+1)(5^8+1)(5^{16}+1)(5^{32}+1)+2$, 則 n 的個位數為_____。
15. a, b 都是正整數且滿足 $\sqrt{a+220} + \sqrt{a+100} = b$, 則 b 的最大值為_____。
16. 求 $\sqrt{93 \times 97 \times 103 \times 107 + 400}$ 之值為_____。
17. 剛開始, 我們把兩個邊長為 1 的小正方形拼成一個矩形(如圖)。之後, 我們每次都在矩形較長的邊上拼上一個以這個邊的長度為邊長的正方形。那麼, 以上述方法新添加 5 個正方形後得到的矩形的長和寬之比為_____。



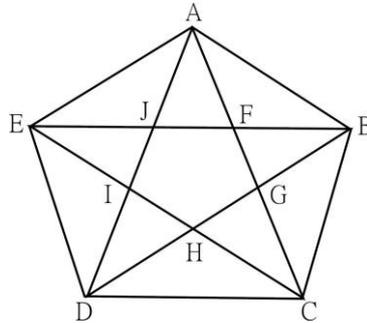
18. 現有兩堆小石頭，若從第一堆中取出 100 個放進第二堆，則第二堆比第一堆多 1 倍，若從第二堆中取出一些放進第一堆，則第一堆比第二堆多 5 倍。那第一堆小石頭最少可能是多少個？_____個。

19. 方程式 $x^2(x-2)^2 - 4x^2 + 8x + 3 = 0$ 的四個根中，最大為 m ，最小為 n ，則 $m-n =$ _____。

20. 解聯立方程式 $4^x - 4^y = 48$ ， $2^{x+y} = 32$ ，得 x 之值為_____。

三、計算題(每題 20 分)

21. 如右圖，已知正五邊形 $ABCDE$ ，求 $\frac{\overline{FG}}{\overline{AB}} = ?$



22. 已知 k 為實數，若二次不等式 $x^2 - 2xy + ky^2 + 2x - 4y + 2 > 0$ ，對任意 x 、 y 恆成立，則 k 範圍？