



第 17 屆 **IMC** 國際數學競賽 台灣區初賽

17th International Mathematics Primary Contest (Taiwan)

國中一年級組

一、選擇題(每題 10 分，共 250 分)

(C) 1.甲、乙兩人晨間運動，有一次兩人同時同地同方向繞周長 300 公尺的操場慢跑，甲跑一圈需要 60 秒，乙跑一圈需要 40 秒，則甲、乙兩人出發後，甲跑了多少公尺後，兩人會在出發的同一地點相會?

(A)300 (B)450 (C)600 (D)700

<解析>

60 和 40 的最小公倍數=120

$120 \div 60 = 2$ 圈

$300 \times 2 = 600$ ，選 C。

(D) 2.雅喬將 20 公克的糖加入 100 公克的水，調製成糖水，若再加入 5 公克的糖，要再增加幾公克的水，才不會改變糖水的甜度? (A)20 (B)22 (C)24 (D)25 公克

<解析>

$20:100 = 5:\square$

$\square = 100 \div (20 \div 5) = 25$ ，選 D。

(C) 3.羊舍周圍都是草地，如圖，算算看，羊可以吃到的草地面積是多少平方公尺?

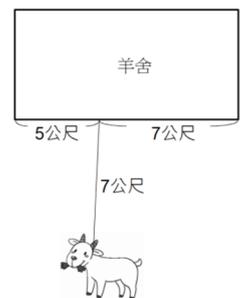
(A)78.52 (B)79.26 (C)80.07 (D)80.24

<解析>

$7 \times 7 \times 3.14 \div 2 = 76.93$

$2 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 3.14$

$76.93 + 3.14 = 80.07$ ，選 C。



(B) 4.有一件工作，每天由 15 個工人一起合作，需要 20 天才可以完工，現在想要 12 天完工，則每天需要再增加幾個工人一起合作? (A)5 (B)10 (C)15 (D)20

<解析>

$15 \times 20 = 300$

$300 \div 12 = 25$

$25 - 15 = 10$ ，選 B。

- (B) 5.瑪雅颱風的行進速度為每小時 79.2 公里，他目前距離臺灣 186.12 公里且直撲台灣而來，請問經過幾時幾分後颱風會登陸?
 (A)1 時 50 分 (B)2 時 21 分(C)2 時 25 分 (D)2 時 30 分

<解析>

$186.12 \div 79.2 = 2.35$ ， $0.35 \times 60 = 21$ ，經過 2 時 21 分，選 B。

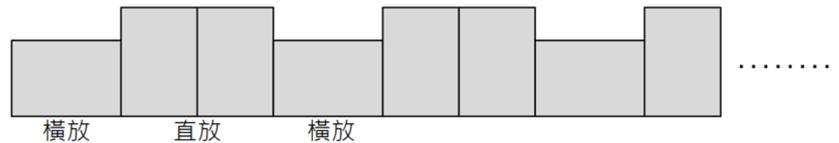
- (C) 6.阿文用大小相同的長方形磚塊長 25 公分、寬 15 公分，如右圖，依橫放、直放、直放、橫放、……的規律排列，請問要用多少塊磚，才能排出總長度 1580 公分的磚牆? (A)84 (B)85 (C)86 (D)88 塊

<解析>

$$1580 \div (25 + 15 + 15) = 28 \cdots 40$$

$$40 = 25 + 15$$

$$28 \times 3 + 2 = 86$$
，選 C。



- (C) 7.怡樂所使用的手機費率計算如下:「月租費 100 元，可抵通話費 300 秒，超過 300 秒的部分，每秒以 0.2 元計算」;現在另一家業者 T 推出新方案:「免月租，每秒通話費 0.25 元」，請問怡樂每月通話多少秒時，T 業者計費方式與原計費方式費用相同? (A)600 (B)700 (C)800 (D)900

<解析>

假設通話時間 x 秒

$$100 + (x - 300) \times 0.2 = x \times 0.25$$

$$100 + 0.2x - 60 = 0.25x$$

$$40 = 0.05x$$
， $x = 800$ ，選 C。

- (C) 8.下面展開圖摺成立體後，表面積是 800 平方公分，算出「？」部分是多少公分?

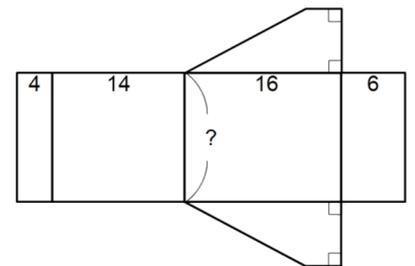
(A)10 (B)15 (C)17 (D)20

<解析>

$$(4 + 16) \times 6 \div 2 \times 2 = 120$$

$$800 - 120 = 680$$

$$680 \div (4 + 14 + 16 + 6) = 17$$
，選 C。



- (D) 9.農場中雞的隻數比鴨多 150 隻，已知雞的隻數是鴨的 $3\frac{1}{2}$ 倍，問雞和鴨共有多少隻?(A)235 (B)240 (C)250 (D)270

<解析>

$$150 \div (7 - 2) = 30$$

$$30 \times (7 + 2) = 270$$
，選 D。

- (B)10.從家裡到高鐵站，在 1:25000 的地圖上長 8 公分，如果以時速 3 公里，在 8 時 30 分出發，到高铁站時是幾時幾分?
(A)9 時 5 分 (B)9 時 10 分 (C)9 時 20 分 (D)9 時 25 分

<解析>

$$25000 \times 8 = 200000$$

$$200000 \text{ 公分} = 2 \text{ 公里}$$

$$2 \div 3 \times 60 = 40$$

8 時 30 分 + 40 分 = 9 時 10 分，選 B。

- (C)11.甲錶每天快 $2\frac{1}{3}$ 分鐘，乙錶每天慢 $1\frac{1}{10}$ 分鐘，兩錶對準後，10 天後，兩錶相差多少分鐘? (A) $33\frac{1}{3}$ (B) $33\frac{1}{4}$ (C) $34\frac{1}{3}$ (D) $35\frac{1}{4}$

<解析>

$$(2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{10}) \times 10 = \frac{103}{3} = 34\frac{1}{3}，選 C。$$

- (D)12.已知父、子年齡和是 84 歲，且 3 年前父親年齡是兒子年齡的 2 倍，問父子年齡差是多少歲?(A)18 (B)20 (C)24 (D)26

<解析>

$$84 - 3 - 3 = 78$$

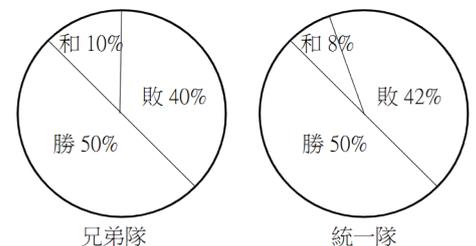
$$78 \div (2 + 1) = 26，選 D。$$

- (A)13.職棒大聯盟開打，上半季每一支球隊各打 50 場，兄弟隊與統一隊戰績如圖，如果勝一場得 2 分，和一場得 1 分，敗了沒得分，請問哪一隊的戰績較好? 勝隊比輸隊贏幾分?
(A)兄弟隊，贏 1 分 (B)兄弟隊，贏 2 分 (C)統一隊，贏 1 分 (D)統一隊，贏 2 分

<解析>

$$\text{兄弟: } 25 \times 2 + 5 \times 1 = 55，\text{統一: } 25 \times 2 + 4 \times 1 = 54$$

$$55 - 54 = 1，選 A。$$



- (C)14.小霖計算自己段考成績，為了減少計算量，他以平常水準90分來當作基準，紀錄每科成績扣除90分之後的差距，請依據右表的資料，計算小霖的平均分數為多少分? (A)93 (B)93.1 (C)93.2 (D)93.3

<解析>

$$(2+8-7+3+10)\div 5=3.2$$

$$90+3.2=93.2, \text{選 C。}$$

國文	數學	英文	理化	社會
+2	+8	-7	+3	+10

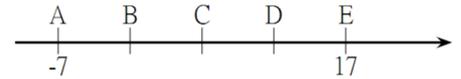
- (B)15.如圖，A 點代表-7，E 點代表 17，B、C、D 三點將 \overline{AE} 四等分，今將五點同時左右移動，使 C 點與原點重合，則此時 B、D 兩點的位置為何?

- (A)6、-4 (B)-6、6 (C)-4、10 (D)-1、11

<解析>

$$[17-(-7)]\div 4=6$$

原位置 B(-1)，C(5)，D(11)，因為 C 點與原點重合
移動後 B(-6)，D(6)，選 B。



- (A)16.某潛水艇在水面下方 185 公尺處發射第一枚飛彈，3 秒後擊中位於水面下方 14 公尺處的敵軍潛水艇。稍後，此潛水艇在同地發射第二枚飛彈，18 秒後擊中敵軍戰鬥機，假設飛彈發射後即垂直上升，則敵軍戰鬥機是在水面上多少公尺處被擊落?(假設飛彈在水中與空氣中的阻力不計)

- (A)841 公尺 (B)842 公尺 (C)843 公尺 (D)844 公尺

<解析>

$$(185-14)\div 3=57$$

$$57\times 18=1026$$

$$1026-185=841, \text{選 A。}$$

- (A)17.有 14 把鑰匙，每把鑰匙上各刻有一個數字，若有一個藏寶箱需要右邊其中三把鑰匙同時插到鎖上面，且輸入這三把鑰匙上的數字和，即可開啟藏寶箱。

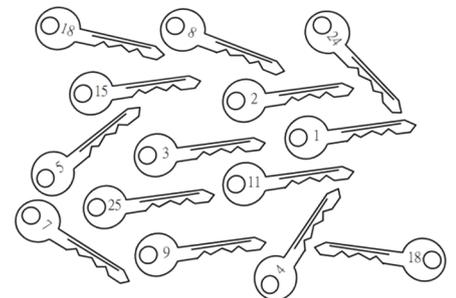
已知這三把鑰匙上的數字乘積恰為 630，請問這三把鑰匙上面的數字和是多少?

- (A)30 (B)40 (C)45 (D)56

<解析>

$$630=2\times 3\times 3\times 5\times 7=18\times 5\times 7$$

$$18+5+7=30, \text{選 A。}$$



- (D)18.外銷公司調降公司的成本，第一次把成本降低了 $\frac{1}{3}$ ，第二次再降低第一次調降後的 $\frac{1}{4}$ ，第三次再降低第二次調降後的 $\frac{1}{5}$ ，試問經過這三次的調降，成本比原來降了多少? (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{3}{5}$

<解析>

$$(1-\frac{1}{3})\times(1-\frac{1}{4})\times(1-\frac{1}{5})=\frac{2}{5}, 1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}, \text{選 D。}$$

- (C)19.多納芝烘培店中有 4 個特大號紙盒，每個特大號紙盒可裝 4 個大號紙盒，每個大號紙盒內可裝 4 個中號紙盒，每個中號紙盒內可裝 4 個小號紙盒，則多納芝烘培店內共有幾個紙盒? (A)280 (B)320 (C)340 (D)380 個

<解析>

$$4+4\times 4+4\times 4\times 4+4\times 4\times 4\times 4=340, \text{選 C。}$$

- (C)20.有三個不同的質數，已知它們的平方的總和是 5070，請問這三個質數最大是多少? (A)61 (B)67 (C)71 (D)73

<解析>

因為 5070 是偶數，故這三個質數中，必有一個偶數 2，否則三奇數的平方和必為奇數。

$$\text{令這三個質數為 } 2、p、q \text{ 且 } p^2 + q^2 = 5070 - 2^2 = 5066$$

觀察個位數，除了 5 以外的所有質數平方的個位數都是 1 或 9，故兩個奇質數的平方和之個位數為 6，只有一種可能，其中一個質數是 5，故令 $p=5$ ，且 $q^2 = 5066 - 5^2 = 5041$ ，則 $q=71$ ，這三數最大的是 71，選 C。

- (A)21. $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020})(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2019}) - (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020})(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2019}) = ?$
(A) $\frac{1}{2020}$ (B) $-\frac{1}{2020}$ (C) $\frac{4039}{4080400}$ (D) $-\frac{1}{4080400}$

<解析>

$$\text{設 } M = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2019}, \text{ 則原式} = (M + \frac{1}{2020}) \times (1 + M) - (1 + M + \frac{1}{2020})M \\ = M + M^2 + \frac{1}{2020} + \frac{M}{2020} - M - M^2 - \frac{M}{2020} = \frac{1}{2020}, \text{選 A。}$$

- (A)22. Choose a number from 1 to 9, times (乘)the number by 3 and plus 3. After that we times the result by 3 again and gives you another number. What is the sum of the digit in tens place(十位數) and the digit in ones place(個位數)?
(A)9 (B)12 (C)15 (D) unsure

<翻譯>

在 1~9 中選一個數字，把這個數字乘以 3，再加上 3 後，再乘以 3，得到一組數字，然後將十位數字和個位數字相加之和是多少? (A)9 (B)12 (C)15 (D)不確定

<解析>

令所選的數字為 $x \rightarrow (3x+3) \times 3 = 9x+9 \rightarrow 9$ 的倍數

\therefore 十位數字+個位數字=9，選 A。

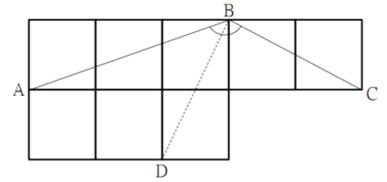
(B)23. Right graph is made by 8 identical (相同的)squares, what is $\angle ABC$?

(A)120° (B)135° (C)150° (D) 165°

<翻譯>

右圖是由 8 個相同的正方形所組成，求 $\angle ABC$ 的度數是多少？

(A)120° (B)135° (C)150° (D) 165°



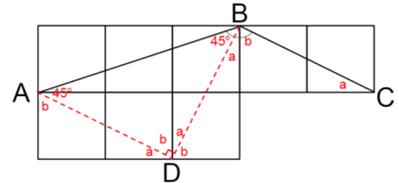
<解析>

$$\textcircled{1} \overline{AD}^2 = 2^2 + 1^2 = 5 = \overline{BD}^2, \overline{AB}^2 = 3^2 + 1^2 = 10$$

$$\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 = 10 = \overline{AB}^2 \therefore \angle ADB = 90^\circ$$

$$\text{又 } \overline{AD} = \overline{BD} \therefore \angle DAB = \angle DBA = 45^\circ$$

$$\textcircled{2} a+b=90^\circ \therefore \angle ABC = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ, \text{選 B。}$$



(A)24. There are nine cards are labelled (拿走)from 1-9. Joe, Bill, and Cathy take three cards each.

Joe said: “The product of my cards is 48.”

Bill said: “The sum of my cards is 15.”

Cathy said “All my cards are odd numbers(奇數), the difference(差) between the largest number and the smallest number arranged by three cards in different order is 792.” Which is correct?

(A)Joe has the cards with 2,3,8 labelled. (B)Joe has the cards with 2,4,6 labelled.

(C)Bill has the cards with 3,5,7 labelled. (D)Bill has the cards with 3,4,8 labelled.

<翻譯>

寫有 1、2、3、4、5、6、7、8、9 的九張牌，Joe、Bill、Cathy 各拿 3 張牌：

Joe 說：「我的 3 張牌之積為 48」；

Bill 說：「我的 3 張牌之和是 15」；

Cathy 說：「我的 3 張牌都是奇數，排成最大三位數與最小三位數之差為 792」；

下列何者正確？(A) Joe 取走 2、3、8 (B) Joe 取走 2、4、6 (C) Bill 取走 3、5、7 (D) Bill 取走 3、4、8

<解析>

$$\text{Joe } 48 = 2 \times 3 \times 8 = 2 \times 4 \times 6$$

Cathy 取走兩張牌相差 8，就是 1 和 9

奇數有 1、3、5、7、9 共 5 個，Bill 三張和 15，必有 1 張奇數，Cathy 有 3 張奇數

\therefore Joe 有 1 張奇數，即 Joe 是 2、3、8

Bill 是 4、5、6，Cathy 是 1、7、9，選 A。

(C)25. As the graph shown, there are right angle line segments (直角折線段)formed by three straight line inside a square, the length of three straight line is 5,6 and 9. Find the shaded area. (A)45 (B)50 (C)55 (D)60

<翻譯>

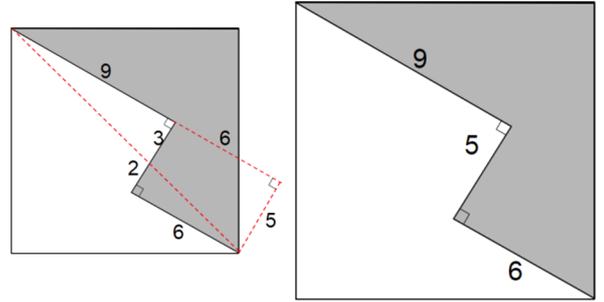
如圖，在一個正方形內畫出三條線段組成的直角折線段，其長度分別為 5、6 和 9。那麼陰影部分的面積為_____。(A)45 (B)50 (C)55 (D)60

<解析>

正方形面積為 $(15^2 + 5^2) \div 2 = 125$ ，把線段 5 分成 3 和 2 兩部分，所以陰影部分面積為

$$125 \div 2 + 2 \times 6 \div 2 - 3 \times 9 \div 2 = 55$$

選 C。



二、計算題(每題 25 分，共 50 分)

1. 老師有一袋硬幣，先給座號 1~30 號共 30 位同學每人一枚一元硬幣，接著老師說：「座號為 4 的倍數的同學拿一元硬幣跟老師換一枚 5 元硬幣。」換完後，老師又說：「座號為 5 的倍數的同學，用手中的硬幣跟老師換一枚 10 元硬幣。」則老師共分給同學多少元？

<解析>

4 的倍數有 7 個，5 的倍數有 6 個，20 的倍數有 1 個

最後拿到 10 元的有 6 個

5 元的有 $7-1=6$ (人)

1 元的 $30-6-6=18$ (人)

共分給同學 $10 \times 6 + 5 \times 6 + 1 \times 18 = 108$ (元)

答:108 元

2. 古時有個天才老外數學家，遺書上說：「如果妻子幫我生了兒子，兒子將繼承 $\frac{2}{3}$ 財產，妻子得到 $\frac{1}{3}$ ；如果生了女兒，女兒繼承 $\frac{1}{3}$ 財產，妻子得到 $\frac{2}{3}$ 」，結果數學家死後，妻子給他生下一對龍鳳胎(一男一女)，如果你是當時的法官，會如何分配此財產？

<解析>

兒子:妻子=2:1=4:2

妻子:女兒=2:1

兒子:妻子:女兒=4:2:1

\therefore 兒子= $\frac{4}{7}$ ，妻子= $\frac{2}{7}$ ，女兒= $\frac{1}{7}$