



第 17 屆 IMC 國際數學競賽 台灣區初賽

17th International Mathematics Primary Contest (Taiwan)

國小六年級組

一、選擇題(每題 10 分，共 250 分)

(A) 1.有糖果 72 粒，平均分為若干份，每份不得少於 5 粒，也不能多於 25 粒，請問共有幾種分法? (A)6 種 (B)5 種 (C)4 種 (D)3 種

<解析>

72 的因數:1、2、3、4、6、8、9、12、18、24、36、72

其中大於 5 且小於 25 的有:6、8、9、12、18、24，共有 6 種，選 A。

(C) 2.公共汽車每隔 8 分鐘開出一班，第一班車由上午 6 時 20 分開出，直到上午 7 時 48 分，該線公車共開出了多少班? (A)10 班 (B)11 班 (C)12 班 (D)13 班

<解析>

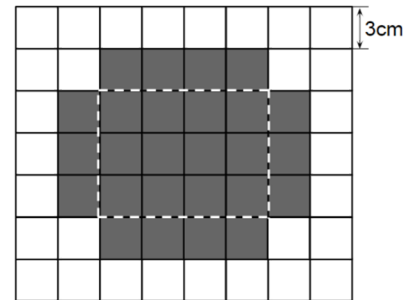
7 時 48 分-6 時 20 分=1 時 28 分=88 分

$88 \div 8 = 11$

$11 + 1 = 12$ ，選 C。

(A) 3.如果把右圖灰色部分，依虛線摺成一個無蓋的長方體，他的容量是多少?

(A)324 (B)243 (C)162 (D)108 立方公分



<解析>

底面積: $(4 \times 3) \times (3 \times 3) = 12 \times 9 = 108$ ，高=3

所以體積= $108 \times 3 = 324$ 立方公分，選 A。

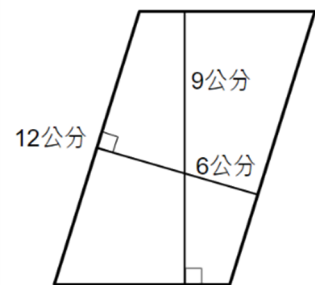
(A) 4.右圖的平行四邊形的周長是多少?

(A)40 (B)42 (C)44 (D)46 公分

<解析>

平行四邊形面積= $12 \times 6 = 72 = 9 \times \text{底}$ ，底=8

周長= $(12 + 8) \times 2 = 40$ ，選 A。



(D) 5.每個體積 8 立方公分的小正方體，要用多少個才會剛好裝滿右圖的空盒?

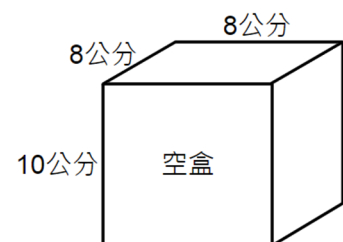
(A)64 個 (B)60 個 (C)74 個 (D)80 個

<解析>

體積 8 立方公分正方體，其邊長=2 公分

$8 \div 2 = 4$ ， $8 \div 2 = 4$ ， $10 \div 2 = 5$

共 $4 \times 4 \times 5 = 80$ 個，選 D。



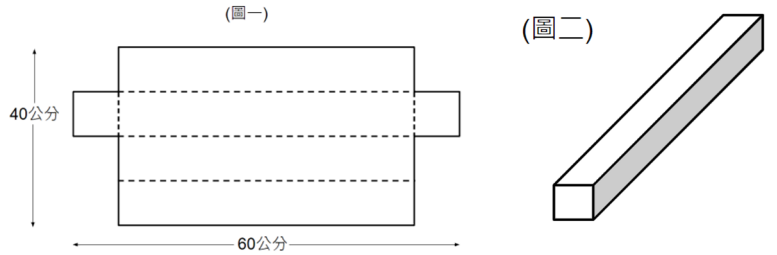
- (D) 6.將下面(圖一)的厚紙照虛線摺成(圖二)的長方體後，請問它的體積是多少?
 (A)3600 (B)4400 (C)4800 (D)4000 立方公分

<解析>

$$40 \div 4 = 10$$

$$60 - 20 = 40$$

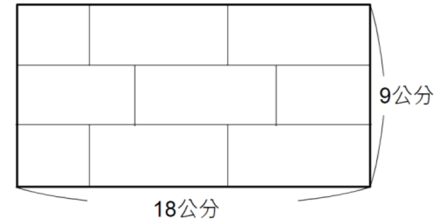
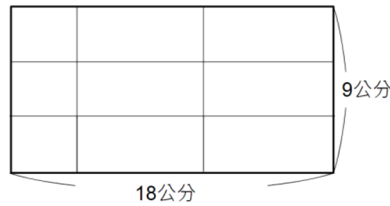
$$10 \times 10 \times 40 = 4000, \text{ 選 D。}$$



- (B) 7.右圖是木條砌成的木架，請問共用去木條多少公分?
 (A)99 公分 (B)108 公分 (C)110 公分 (D)114 公分

<解析>

將圖形變換成



$$\text{共需 } 9 \times 4 + 18 \times 4 = 108 \text{ 公分，選 B。}$$

- (D) 8.右圖著色部分的面積占全圖的幾分之幾?
 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{3}{8}$

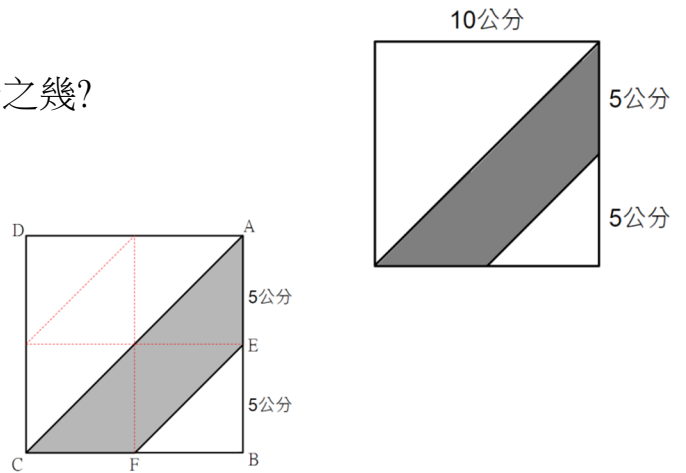
<解析>

$$\text{全圖面積} = 10 \times 10 = 100, \triangle ABC = 10 \times 10 \div 2 = 50$$

$$\triangle BEF = 5 \times 5 \div 2 = 12.5$$

$$\text{著色面積} = 50 - 12.5 = 37.5$$

$$37.5 \div 100 = \frac{3}{8}, \text{ 選 D。}$$



<另解>

畫出三條輔助線，剛好切成 8 個全等三角形

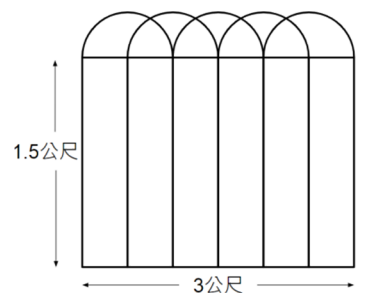
著色部分剛好占 3 等分為 $\frac{3}{8}$

- (C) 9.製作右圖的鐵欄，需用鐵條的總長度是多少?
 (A)19.85 (B)21.35 (C)24.35 (D)32.2 公尺

<解析>

$$3 \times 2 + 1.5 \times 7 = 16.5, \text{ 半徑} = 3 \div 6 = 0.5, \text{ 圓的直徑} = 0.5 \times 2 = 1$$

$$5 \text{ 個半圓周長} = 5 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 3.14 = 7.85, \text{ 總長度} = 7.85 + 16.5 = 24.35 \text{ 公尺，選 C。}$$

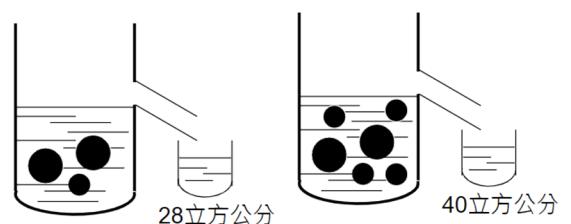


- (C) 10.右圖的大圓球的體積是多少?
 (A)10 (B)11 (C)12 (D)13 立方公分

<解析>

$$40 - 28 = 12$$

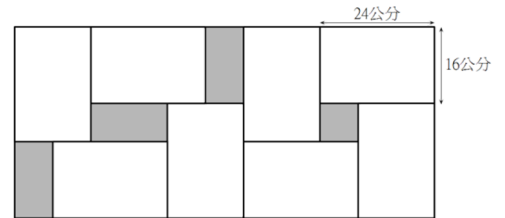
$$12 \div (4 - 1) = 4, (28 - 4) \div 2 = 12, \text{ 選 C。}$$



- (D)11.求右圖著色部分的面積?
 (A)256 (B)320 (C)384 (D)448 立方公分

<解析>

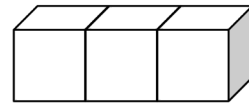
$24+16=40$ ， $40 \times 40 - 24 \times 16 \times 4 = 64 \cdots \cdots$ 小正方形面積
 斜線面積= $64 \times 7 = 448$ ，選 D。



- (B)12.一個底面是正方形的長方體，表面積是 56 平方公尺，將它切成 3 個體積相等的正方體後，每個小正方體的表面積是多少平方公尺?
 (A)22 (B)24 (C)26 (D)28 平方公尺

<解析>

如圖，可以切成 3 個正方體，表面積是 14 個正方形
 $3 \times 4 + 2 = 14$ ， $56 \div 14 = 4$
 $4 \times 6 = 24$ ，選 B。



- (D)13.有一串數列，它們的規律是:前兩個數都是 1，從第三個數開始，每一個數都是前面二個數的和，也就是:1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、……，問數列前 100 個數中，有多少個奇數?(A)59 (B)61 (C)65 (D)67 個

<解析>

數列的奇偶規律是奇奇偶、奇奇偶、……，每三個數一循環。
 $100 \div 3 = 33 \cdots \cdots 1$ ， $33 \times 2 + 1 = 67$ ，選 D。

- (B)14.圓形花園圓周長 150 公尺，小芬和小瑜二人同時同地反方向而行，小芬每分鐘行走 30 公尺，小瑜每分鐘行走 25 公尺，兩人會在幾分鐘後才能在出發點相遇?(A)25 (B)30 (C)32 (D)35 分鐘

<解析>

$150 \div 30 = 5$ ， $150 \div 25 = 6$
 $[5, 6] = 30$ ，選 B。

- (A)15.韓信點兵，每 7 人一數，最後會餘 5 人，每 8 人一數，最後會不足 3 人，每 12 人一數，最後會不足 7 人，問最少有小兵多少人?
 (A)173 人 (B)175 人 (C)177 人 (D)179 人

<解析>

$[7, 8, 12] = 168$
 $168 + 5 = 173$ ，選 A。

- (C)16.六年級舉辦聖誕晚會，唱聖歌的女生有 24 人，佔全年級女生的 $\frac{1}{6}$ ，唱聖歌的男生有 20 人，是全年級男生的 $\frac{1}{3}$ ，六年級共有多少人?
(A)200 (B)202 (C)204 (D)208 人

<解析>

$$24 \div \frac{1}{6} = 24 \times 6 = 144, 20 \div \frac{1}{3} = 20 \times 3 = 60$$

$$144 + 60 = 204, \text{選 C。}$$

- (A)17.10 顆雞蛋和 5 顆皮蛋共 140 元，12 顆雞蛋和 3 顆皮蛋共 115.2 元，一顆皮蛋比一顆雞蛋貴多少元? (A)12.4 (B)12.6 (C)12.7 (D)12.9 元

<解析>

$$140 - 115.2 = 24.8$$

$$24.8 \div 2 = 12.4, \text{選 A。}$$

- (C)18.書豪練習投籃，每投 12 顆球會投進 9 次，若他每天投進 50 顆球，至少要投籃幾次? (A)65 (B)66 (C)67 (D)68 次

<解析>

$$12:9 = \square:50$$

$$50 \div 9 \times 12 = 66.6666\cdots$$

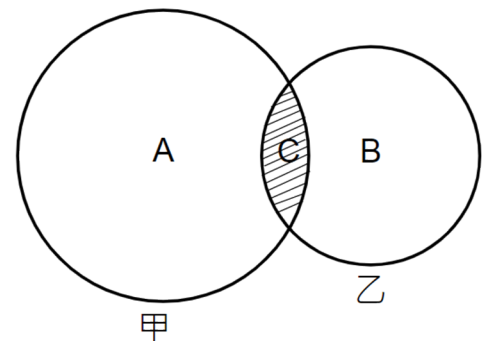
$$66 + 1 = 67, \text{選 C}$$

- (B)19.如右圖，甲乙兩圓重疊，得到 A、B、C 三部分，A 面積是 66.5 平方公分，B 面積是 38.24 平方公分，C 是兩圓重疊處，問甲、乙兩圓面積相差幾平方公分? (A)28.12 (B)28.26 (C)28.28 (D)28.32 平方公分

<解析>

$$66.5 - 38.24 = 28.26$$

選 B。



(C)20.有三個不同的質數，已知它們的平方的總和是 5070，請問這三個質數最大是多少? (A)61 (B)67 (C)71 (D)73

<解析>

因為 5070 是偶數，故這三個質數中，必有一個偶數 2，否則三奇數的平方和必為奇數。

令這三個質數為 2、p、q 且 $p^2 + q^2 = 5070 - 2^2 = 5066$

觀察個位數，除了 5 以外的所有質數平方的個位數都是 1 或 9，故兩個奇質數的平方和之個位數為 6，只有一種可能，其中一個質數是 5，故令 $p=5$ ，且 $q^2 = 5066 - 5^2 = 5041$ ，則 $q=71$ ，這三數最大的是 71，選 C。

(A)21. $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020})(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2019}) - (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020})(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2019}) = ?$
 (A) $\frac{1}{2020}$ (B) $-\frac{1}{2020}$ (C) $\frac{4039}{4080400}$ (D) $-\frac{1}{4080400}$

<解析>

設 $M = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2019}$ ，則原式 $= (M + \frac{1}{2020}) \times (1 + M) - (1 + M + \frac{1}{2020})M$
 $= M + M^2 + \frac{1}{2020} + \frac{M}{2020} - M - M^2 - \frac{M}{2020} = \frac{1}{2020}$ ，選 A。

(A)22. Choose a number from 1 to 9, times (乘) the number by 3 and plus 3. After that we times the result by 3 again and gives you another number. What is the sum of the digit in tens place(十位數) and the digit in ones place(個位數)?
 (A)9 (B)12 (C)15 (D) unsure

<翻譯>

在 1~9 中選一個數字，把這個數字乘以 3，再加上 3 後，再乘以 3，得到一組數字，然後將十位數字和個位數字相加之和是多少? (A)9 (B)12 (C)15 (D)不確定

<解析>

令所選的數字為 $x \rightarrow (3x+3) \times 3 = 9x+9 \rightarrow 9$ 的倍數
 \therefore 十位數字+個位數字=9，選 A。

(B)23. Right graph is made by 8 identical (相同的)squares, what is $\angle ABC$?
 (A)120° (B)135° (C)150° (D) 165°

<翻譯>

右圖是由 8 個相同的正方形所組成，求 $\angle ABC$ 的度數是多少?
 (A)120° (B)135° (C)150° (D) 165°

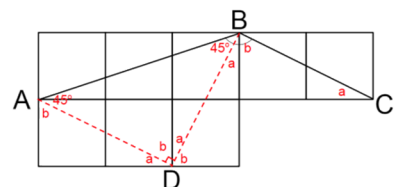
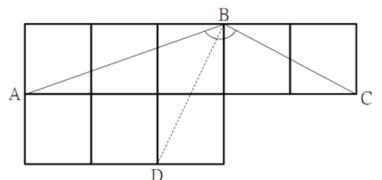
<解析>

① $\overline{AD}^2 = 2^2 + 1^2 = 5 = \overline{BD}^2$ ， $\overline{AB}^2 = 3^2 + 1^2 = 10$

$\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 = 10 = \overline{AB}^2 \therefore \angle ADB = 90^\circ$

又 $\overline{AD} = \overline{BD} \therefore \angle DAB = \angle DBA = 45^\circ$

② $a+b=90^\circ \therefore \angle ABC = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ ，選 B。



(A)24. There are nine cards are labelled (拿走)from 1-9. Joe, Bill, and Cathy take three cards each.

Joe said: "The product of my cards is 48."

Bill said: "The sum of my cards is 15."

Cathy said "All my cards are odd numbers(奇數), the difference(差) between the largest number and the smallest number arranged by three cards in different order is 792." Which is correct?

(A)Joe has the cards with 2,3,8 labelled. (B)Joe has the cards with 2,4,6 labelled.

(C)Bill has the cards with 3,5,7 labelled. (D)Bill has the cards with 3,4,8 labelled.

<翻譯>

寫有 1、2、3、4、5、6、7、8、9 的九張牌，Joe、Bill、Cathy 各拿 3 張牌:

Joe 說:「我的 3 張牌之積為 48」;

Bill 說:「我的 3 張牌之和是 15」;

Cathy 說:「我的 3 張牌都是奇數，排成最大三位數與最小三位數之差為 792」;

下列何者正確? (A) Joe 取走 2、3、8 (B) Joe 取走 2、4、6 (C) Bill 取走 3、5、7 (D) Bill 取走 3、4、8

<解析>

Joe $48=2 \times 3 \times 8=2 \times 4 \times 6$

Cathy 取走兩張牌相差 8，就是 1 和 9

奇數有 1、3、5、7、9 共 5 個，Bill 三張和 15，必有 1 張奇數，Cathy 有 3 張奇數

\therefore Joe 有 1 張奇數，即 Joe 是 2、3、8

Bill 是 4、5、6，Cathy 是 1、7、9，選 A。

(C)25. As the graph shown, there are right angle line segments (直角折線段)formed by three straight line inside a square, the length of three straight line is 5,6 and 9. Find the shaded area. (A)45 (B)50 (C)55 (D)60

<翻譯>

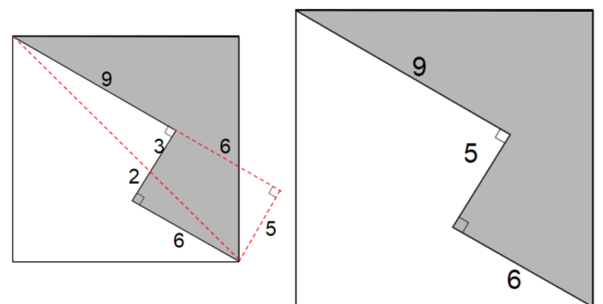
如圖，在一個正方形內畫出三條線段組成的直角折線段，其長度分別為 5、6 和 9。那麼陰影部分的面積為_____。(A)45 (B)50 (C)55 (D)60

<解析>

正方形面積為 $(15^2 + 5^2) \div 2 = 125$ ，把線段 5 分成 3 和 2 兩部分，所以陰影部分面積為

$125 \div 2 + 2 \times 6 \div 2 - 3 \times 9 \div 2 = 55$

選 C。



二、計算題(每題 25 分，共 50 分)

1.紅豆冰棒和一枝桂圓冰棒的價錢是 3:4，怡歆買 5 枝紅豆冰棒和 3 枝桂圓冰棒共 135 元，阿文只想買 1 枝紅豆冰棒和 1 枝桂圓冰棒共要多少元?

<解析>

$$5 \times 3 + 4 \times 3 = 27$$

$$135 \div 27 = 5$$

$$5 \times (3 + 4) = 35$$

答:共要 35 元

2. 古時有個天才老外數學家，遺書上說:「如果妻子幫我生了兒子，兒子將繼承 $\frac{2}{3}$ 財產，妻子得到 $\frac{1}{3}$ ；如果生了女兒，女兒繼承 $\frac{1}{3}$ 財產，妻子得到 $\frac{2}{3}$ 」，結果數學家死後，妻子給他生下一對龍鳳胎(一男一女)，如果你是當時的法官，會如何分配此財產?

<解析>

$$\text{兒子:妻子} = 2:1 = 4:2$$

$$\text{妻子:女兒} = 2:1$$

$$\text{兒子:妻子:女兒} = 4:2:1$$

$$\therefore \text{兒子} = \frac{4}{7}, \text{妻子} = \frac{2}{7}, \text{女兒} = \frac{1}{7}$$