



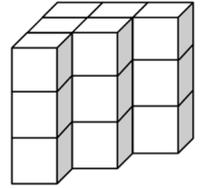
第 17 屆 **IMC** 國際數學競賽 台灣區初賽

17th International Mathematics Primary Contest (Taiwan)

國小五年級組

一、選擇題(每題 10 分，共 250 分)

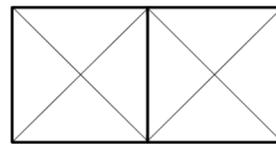
- (C) 1.右圖還要加上多少個正方體積木，才可以組合成一個完整的大正方體? (A)3 個 (B)6 個 (C)9 個 (D)12 個



<解析>

$3 \times 3 \times 3 = 27$ ， $6 \times 3 = 18$ ， $27 - 18 = 9$ (個)，選 C。

- (D) 2.如圖，共可以數出多少個三角形?
(A)16 個 (B)8 個 (C)12 個 (D)18 個

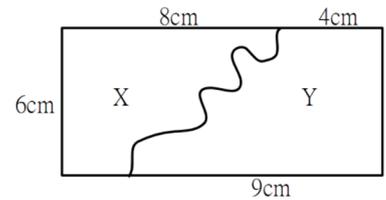


<解析>

有 8 個； 有 8 個； 有 2 個

$8 + 8 + 2 = 18$ 個，選 D。

- (C) 3.右圖的長方形分為 X、Y 兩個圖形，它們的周長相差多少公分?
(A)0 公分 (B)1 公分 (C)2 公分 (D)3 公分



<解析>

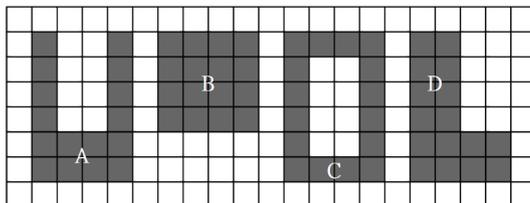
$(4 + 6 + 9) - (8 + 6 + 3) = 2$ (公分)，選 C。

- (B) 4.甲比乙高 4 公分，丙比乙高 2 公分，請問下面哪一句話是對的?
(A)乙最高，甲最矮 (B)甲最高，乙最矮
(C)甲最高，丙最矮 (D)丙最高，乙最矮

<解析>

甲比乙高 4 公分 \rightarrow 甲 $>$ 乙；丙比乙高 2 公分 \rightarrow 丙 $>$ 乙
且甲 $>$ 丙，故甲 $>$ 丙 $>$ 乙，選 B。

- (C) 5.



上面圖形的面積都是 16 平方公分，請問哪一個周長最長?

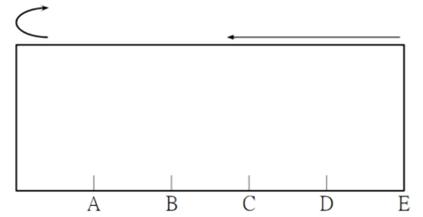
- (A)A (B)B (C)C (D)D

<解析>

A 周長 $= (4 + 6) \times 2 + 4 \times 2 = 28$ (公分)，B 周長 $= 4 \times 4 = 16$ (公分)

C 周長 $= (6 + 4) \times 2 + (4 + 2) \times 2 = 32$ (公分)，D 周長 $= (6 + 4) \times 2 = 20$ (公分)，選 C。

- (B) 6.長方形水池長 50 公尺，阿偉在泳池練習游泳，他由 E 點開始，游了 170 公尺後，感到體力不支，立即上岸休息，請問他應該在哪一個位置上岸？
(A)A (B)B (C)C (D)D



<解析>

$$170 \div 50 = 3 \dots 20$$

$$50 \div 5 = 10$$

$20 \div 10 = 2$ ，選 B。

- (C) 7.練習簿零售每本 15 元，每打售 150 元，本班同學合購 40 本，比各自購買可省多少元？(A)75 元 (B)80 元 (C)90 元 (D)100 元

<解析>

$$40 \div 12 = 3 \dots 4, 150 \times 3 + 15 \times 4 = 510, 15 \times 40 = 600, 600 - 510 = 90(\text{元}), \text{選 C。}$$

- (B) 8.某廣場面積 50000 平方公尺，必須在 50 天內完成修補工程，如每名工人平均每天可完成 100 平方公尺，請問至少需要工人幾名？
(A)5 名 (B)10 名 (C)20 名 (D)50 名

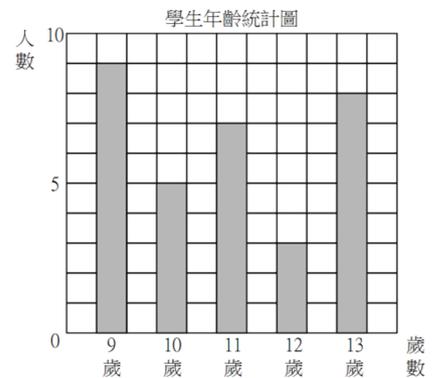
<解析>

$$50000 \div 100 = 500$$

$$500 \div 50 = 10, \text{選 B。}$$

- (B) 9.依右圖回答問題，請問哪兩個年齡的人數之和占全部學生的 $\frac{1}{2}$ ？

- (A)11 歲和 12 歲 (B)9 歲和 11 歲
(C)10 歲和 12 歲 (D)9 歲和 13 歲



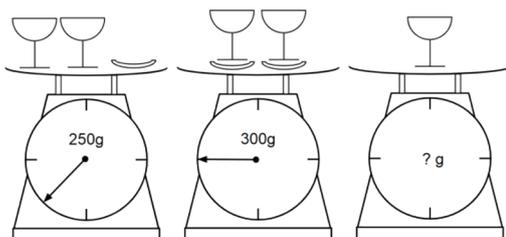
<解析>

$$\text{全部學生} = 9 + 5 + 7 + 3 + 8 = 32$$

$$9 \text{ 歲有 } 9 \text{ 人}, 11 \text{ 歲有 } 7 \text{ 人}, 9 + 7 = 16$$

$$16 \div 32 = \frac{1}{2}, \text{選 B。}$$

- (B) 10.下圖中一只杯子的重量是多少？



- (A)50g (B)100g (C)150g (D)200g

<解析>

$$2 \text{ 只杯子} + 1 \text{ 個碟子} = 250\text{g}, 2 \text{ 只杯子} + 2 \text{ 個碟子} = 300\text{g}$$

1 個碟子=300-250=50g，1 個杯子=(250-50)÷2=100g，選 B。

(A)11.學校舉辦秩序比賽，每週計分一次，第一名得 4 分，第二名得 3 分，第三名得 1 分，三週的成績如下表，請問甲班的總分是多少？

班別	第一週	第二週	第三週	總分	名次
甲		4			2
乙	4	3			1
丙	1		3		3

(A)8 分 (B)9 分 (C)10 分 (D)11 分

<解析>

甲班第一週第二名得 3 分，第三週第三名得 1 分
共得 3+4+1=8 分，選 A。

(C)12.旭凱月考時國語、社會和數學的平均是 82 分，自然成績公布後，平均提高了 2 分，請問旭凱的自然考幾分？(A)85 分 (B)88 分 (C)90 分 (D)95 分

<解析>

三科總分=82×3=246，四科總分=(82+2)×4=336
自然=336-246=90(分)，選 C。

(C)13.阿智家的時鐘，1 點敲 1 下，2 點敲 2 下，……，12 點敲 12 下。星期天早上阿智在房間寫功課，開始寫的時候正好掛鐘響了，當他寫好功課時，掛鐘又響了，如果這期間掛鐘共敲響了 33 下，那麼阿智寫功課一共花費多少時間？
(A)1 小時 20 分 (B)1 小時 40 分 (C)2 小時 (D)2 小時 20 分

<解析>

$33 \div 3 = 11$ ， $10 + 11 + 12 = 33$

所以阿智從上午 10 時寫到上午 12 時， $12 時 - 10 時 = 2 時$ ，選 C。

(B)14.右圖的數陣有一定的規律，☆應該是多少？

(A)6 (B)7 (C)8 (D)9

<解析>

$264 \div 24 = 11$

$405 \div 45 = 9$

☆=693÷99=7，選 B。

264	11	24
693	☆	99
45	9	405

(A)15.用長 12 公分、寬 8 公分的矩形紙片，最少要幾張紙片，才能拼出一個正方形？

(A)6 (B)8 (C)10 (D)12 張

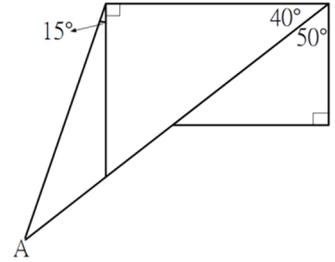
<解析>

12 的倍數=12、24、36、……

8 的倍數=8、16、24、32、……

24÷12=2，24÷8=3，2×3=6 張，選 A。

- (B)16.右圖中，∠A 是多少度?
 (A)30° (B)35° (C)38° (D)40°

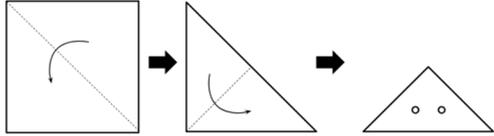


<解析>

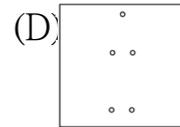
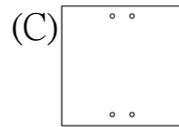
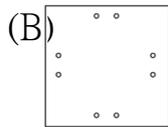
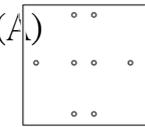
40+90+15=145

180-145=35 (度)，選 B。

- (B)17.

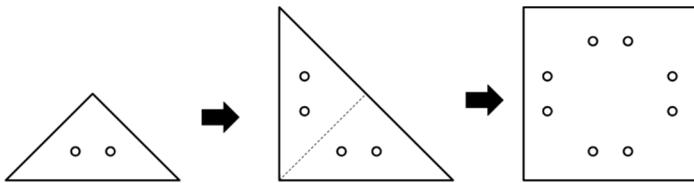


取一張正方形紙，按下列三步驟摺紙並在最後挖 2 個洞，試問展開後是哪一個圖?



<解析>

採用逆推法，依序找出正確圖案



- (D)18.若干個分數排成一列:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}。$$

問這個數列共有幾個分數? (A)22 (B)24 (C)26 (D)27 個

<解析>

分母是 2 的分數有 3 個；分母是 3 的分數有 5 個，
 分母是 4 的分數有 7 個；分母是 5 的分數有 9 個，
 分母是 6 的分數有 3 個，共有 3+5+7+9+3=27 個，選 D。

- (C)19.有一分數，分母和分子之和為 240，這分數經約分後成為 $\frac{7}{13}$ ，問原來的分數是多少?
 (A) $\frac{114}{126}$ (B) $\frac{104}{136}$ (C) $\frac{84}{156}$ (D) $\frac{74}{166}$

<解析>

240÷(7+13)=12

分母=12×13=156

分子=12×7=84，原分數= $\frac{84}{156}$ ，選 C。

- (C)20.有三個不同的質數，已知它們的平方的總和是 5070，請問這三個質數最大是多少? (A)61 (B)67 (C)71 (D)73

<解析>

因為 5070 是偶數，故這三個質數中，必有一個偶數 2，否則三奇數的平方和必為奇數。

令這三個質數為 2、p、q 且 $p^2 + q^2 = 5070 - 2^2 = 5066$

觀察個位數，除了 5 以外的所有質數平方的個位數都是 1 或 9，故兩個奇質數的平方和之個位數為 6，只有一種可能，其中一個質數是 5，故令 $p=5$ ，且 $q^2 = 5066 - 5^2 = 5041$ ，則 $q=71$ ，這三數最大的是 71，選 C。

- (A)21. $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020})(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2019}) - (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020})(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2019}) = ?$
 (A) $\frac{1}{2020}$ (B) $-\frac{1}{2020}$ (C) $\frac{4039}{4080400}$ (D) $-\frac{1}{4080400}$

<解析>

設 $M = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2019}$ ，則原式 $= (M + \frac{1}{2020}) \times (1 + M) - (1 + M + \frac{1}{2020})M$
 $= M + M^2 + \frac{1}{2020} + \frac{M}{2020} - M - M^2 - \frac{M}{2020} = \frac{1}{2020}$ ，選 A。

- (A)22. Choose a number from 1 to 9, times (乘)the number by 3 and plus 3. After that we times the result by 3 again and gives you another number. What is the sum of the digit in tens place(十位數) and the digit in ones place(個位數)?
 (A)9 (B)12 (C)15 (D) unsure

<翻譯>

在 1~9 中選一個數字，把這個數字乘以 3，再加上 3 後，再乘以 3，得到一組數字，然後將十位數字和個位數字相加之和是多少? (A)9 (B)12 (C)15 (D)不確定

<解析>

令所選的數字為 $x \rightarrow (3x+3) \times 3 = 9x+9 \rightarrow 9$ 的倍數

\therefore 十位數字+個位數字=9，選 A。

- (B)23. Right graph is made by 8 identical (相同的)squares, what is $\angle ABC$?
 (A)120° (B)135° (C)150° (D) 165°

<翻譯>

右圖是由 8 個相同的正方形所組成，求 $\angle ABC$ 的度數是多少?

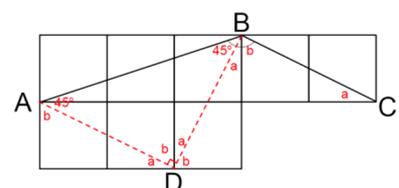
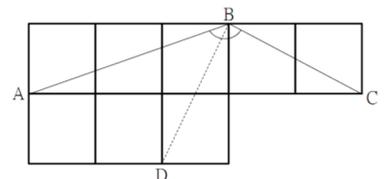
- (A)120° (B)135° (C)150° (D) 165°

<解析>

① $\overline{AD}^2 = 2^2 + 1^2 = 5 = \overline{BD}^2$ ， $\overline{AB}^2 = 3^2 + 1^2 = 10$

$\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 = 10 = \overline{AB}^2 \therefore \angle ADB = 90^\circ$

又 $\overline{AD} = \overline{BD} \therefore \angle DAB = \angle DBA = 45^\circ$



② $a+b=90^\circ \therefore \angle ABC = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ ，選 B。

(A)24. There are nine cards are labelled (拿走)from 1-9. Joe, Bill, and Cathy take three cards each.

Joe said: "The product of my cards is 48."

Bill said: "The sum of my cards is 15."

Cathy said "All my cards are odd numbers(奇數), the difference(差) between the largest number and the smallest number arranged by three cards in different order is 792." Which is correct?

(A)Joe has the cards with 2,3,8 labelled. (B)Joe has the cards with 2,4,6 labelled.

(C)Bill has the cards with 3,5,7 labelled. (D)Bill has the cards with 3,4,8 labelled.

<翻譯>

寫有 1、2、3、4、5、6、7、8、9 的九張牌，Joe、Bill、Cathy 各拿 3 張牌:

Joe 說:「我的 3 張牌之積為 48」;

Bill 說:「我的 3 張牌之和是 15」;

Cathy 說:「我的 3 張牌都是奇數，排成最大三位數與最小三位數之差為 792」;

下列何者正確? (A) Joe 取走 2、3、8 (B) Joe 取走 2、4、6 (C) Bill 取走 3、5、7 (D) Bill 取走 3、4、8

<解析>

Joe $48=2 \times 3 \times 8=2 \times 4 \times 6$

Cathy 取走兩張牌相差 8，就是 1 和 9

奇數有 1、3、5、7、9 共 5 個，Bill 三張和 15，必有 1 張奇數，Cathy 有 3 張奇數

\therefore Joe 有 1 張奇數，即 Joe 是 2、3、8

Bill 是 4、5、6，Cathy 是 1、7、9，選 A。

(C)25. As the graph shown, there are right angle line segments (直角折線段)formed by three straight line inside a square, the length of three straight line is 5,6 and 9. Find the shaded area. (A)45 (B)50 (C)55 (D)60

<翻譯>

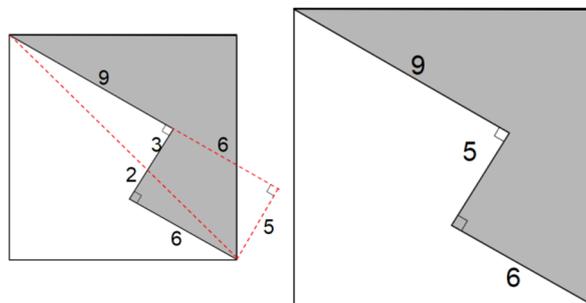
如圖，在一個正方形內畫出三條線段組成的直角折線段，其長度分別為 5、6 和 9。那麼陰影部分的面積為_____。(A)45 (B)50 (C)55 (D)60

<解析>

正方形面積為 $(15^2 + 5^2) \div 2 = 125$ ，把線段 5 分成 3 和 2 兩部分，所以陰影部分面積為

$125 \div 2 + 2 \times 6 \div 2 - 3 \times 9 \div 2 = 55$

選 C。



二、計算題(每題 25 分，共 50 分)

1. 準備一張長 63 公分、寬 36 公分的長方形厚紙板

①剪成同樣大小的正方形且沒有剩餘，問所剪的正方形邊長最大是多少公分?可剪成幾個?

②若剪成不同大小的正方形且沒有剩餘，最多可以剪成幾個?

<解析>

① 63 的因數:1、3、7、9、21、63；36 的因數:1、2、3、4、6、9、12、18、36

63 和 36 的公因數:1、3、9

最大的是 9 公分

$$63 \div 9 = 7, 36 \div 9 = 4$$

$$7 \times 4 = 28 \text{ 個}$$

② $63 - 36 = 27$ ， $36 - 27 = 9$ ， $27 \div 9 = 3$ ， $1 + 1 + 3 = 5$

答:①邊長最大是 9 公分，可剪成 28 個。②最多剪成 5 個。

2. 古時有個天才老外數學家，遺書上說:「如果妻子幫我生了兒子，兒子將繼承 $\frac{2}{3}$ 財產，妻子得到 $\frac{1}{3}$ ；如果生了女兒，女兒繼承 $\frac{1}{3}$ 財產，妻子得到 $\frac{2}{3}$ 」，結果數學家死後，妻子給他生下一對龍鳳胎(一男一女)，如果你是當時的法官，會如何分配此財產?

<解析>

兒子:妻子=2:1=4:2

妻子:女兒=2:1

兒子:妻子:女兒=4:2:1

$$\therefore \text{兒子} = \frac{4}{7}, \text{妻子} = \frac{2}{7}, \text{女兒} = \frac{1}{7}$$