



# 第 17 屆 **IMC** 國際數學競賽 台灣區初賽

## 17th International Mathematics Primary Contest (Taiwan)

### 高中一年級組

一、選擇題(每題 10 分，共 250 分)

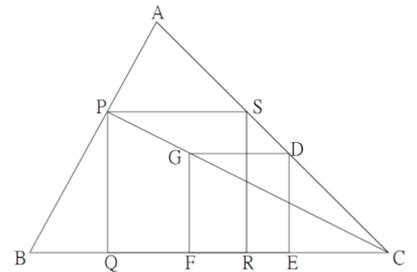
- ( B ) 1. 如圖，四邊形 PQRS 與四邊形 DEFG 均為正方形，其頂點 P 在  $\overline{AB}$  上，S、D 在  $\overline{AC}$  上，Q、F、R、E 在  $\overline{BC}$  上，G 在  $\overline{PC}$  上，若  $\overline{CD}:\overline{DS}:\overline{SA}=2:1:2$ ，且  $\overline{CF}=6$ ，則  $\overline{FQ}=?$  (A)  $\frac{8}{3}$  (B) 3 (C)  $\frac{11}{4}$  (D) 4

<解析>

$$\because \overline{DG} \parallel \overline{PS}, \overline{FG} \parallel \overline{PQ}$$

$$\therefore \overline{CD}:\overline{DS} = \overline{CG}:\overline{GP} = \overline{CF}:\overline{FQ}$$

$$\rightarrow 2:1 = 6:\overline{FQ}, \overline{FQ} = 3, \text{選 B.}$$



- ( B ) 2. 如圖，正方形 ABCD 中， $\overline{AB}=4$  公分，若筱嵐分別以 A、D 兩點為圓心， $\overline{AB}$  長為半徑各畫一個  $\frac{1}{4}$  的圓弧，則灰色部分之面積為多少平方公分？

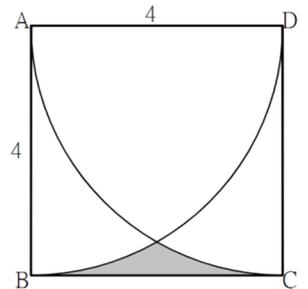
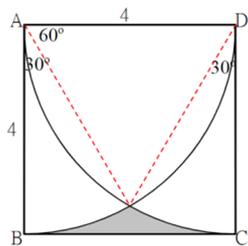
(A)  $16 - \frac{4}{3}\pi - 8\sqrt{3}$  (B)  $16 - \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3}$  (C)  $16 - \frac{4}{3}\pi - 4\sqrt{3}$  (D)  $16 - \frac{8}{3}\pi - 2\sqrt{3}$

<解析>

灰色面積 = 正方形 - 2 個  $30^\circ$  扇形 - 1 個正三角形

$$= 4 \times 4 - 2 \times 4 \times 4 \times \pi \times \frac{30^\circ}{360^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 4 = 16 - \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3}$$

選 B。



- ( B ) 3. 如圖， $\overline{AB}$  為圓 O 的直徑，小圓與圓 O 交於 C、D 兩點，與  $\overline{AB}$  交於 O、E 兩點。若  $\widehat{AC}=80^\circ$ ， $\widehat{DE}=40^\circ$ ，則  $\angle OCD=?$  (A)  $40^\circ$  (B)  $50^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $70^\circ$

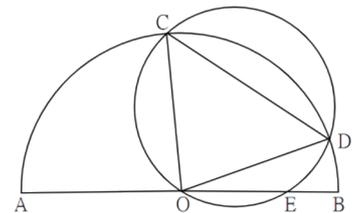
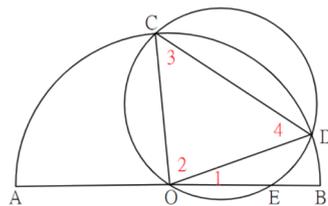
<解析>

$$\angle 1 = 40^\circ \div 2 = 20^\circ = \widehat{BD}$$

$$\angle 2 = 180^\circ - 80^\circ - 20^\circ = 80^\circ$$

$$\angle 3 = \angle 4 = (180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$$

選 B。



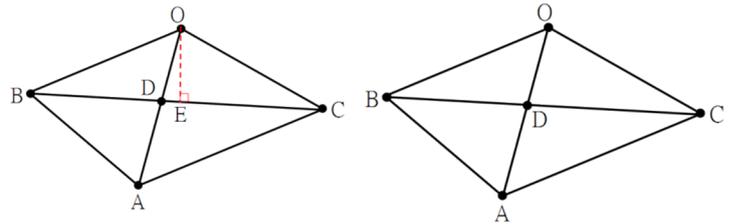
- ( C ) 4. 如圖，O 點為  $\triangle ABC$  的外心，D 點在  $\overline{BC}$  上，且 A、D、O 三點在同一直線上，若  $\overline{BD}=3$ ， $\overline{CD}=4$ ，且 D 點與 O 點的距離為 2，則 D 點與 A 點的距離為何？  
 (A)1 (B) $\frac{3}{2}$  (C)2 (D) $\frac{8}{3}$

<解析>

作  $\overline{OE} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{OE}$  為  $\overline{BC}$  的中垂線

$$\overline{DE} = \frac{3+4}{2} - 3 = \frac{1}{2}, \overline{OD} = 2$$

$$\rightarrow \overline{OE} = \sqrt{\frac{15}{4}}, \overline{CE} = \frac{7}{2} \rightarrow \overline{OC} = 4 = \overline{OA} \rightarrow \overline{AD} = 2, \text{選 C。}$$



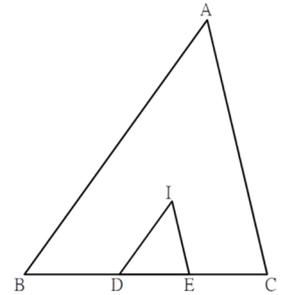
- ( A ) 5. 如圖， $\triangle ABC$  中 I 是內心， $\overline{ID} \parallel \overline{AB}$ 、 $\overline{IE} \parallel \overline{AC}$ ，若  $\overline{AB}=8$ 、 $\overline{BC}=7$ 、 $\overline{AC}=6$ ，則  $\triangle IDE$  周長為何？(A)7 (B)6.5 (C)6 (D)5

<解析>

$\because$  I 是內心， $\overline{ID} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{IE} \parallel \overline{AC}$

$\therefore \overline{ID} = \overline{BD}$ 、 $\overline{IE} = \overline{EC}$

$\therefore \triangle IDE$  周長  $= \overline{ID} + \overline{IE} + \overline{DE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 7$ ，選 A。



- ( C ) 6. 如圖，直線 L 與  $\triangle ABC$  交於 A 點，直線  $L \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{CQ}$  與  $\overline{BR}$  相交於 P 點，D、E 分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  的中點。請問  $\triangle ABC$  的面積： $\triangle PQR$  的面積 = ?  
 (A)1:1 (B)2:3 (C)3:4 (D)4:3

<解析>

連接  $\overline{AP}$  並延長交  $\overline{BC}$  於 F 點

$\because \overline{CD}$ 、 $\overline{BE}$  為兩中線

$\therefore$  P 為  $\triangle ABC$  的重心

設  $\triangle ABC = 6a$

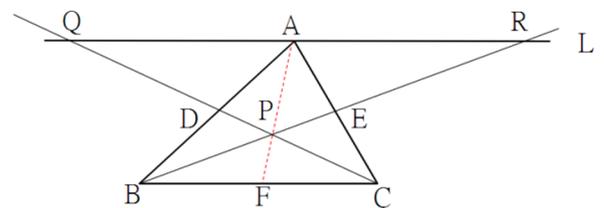
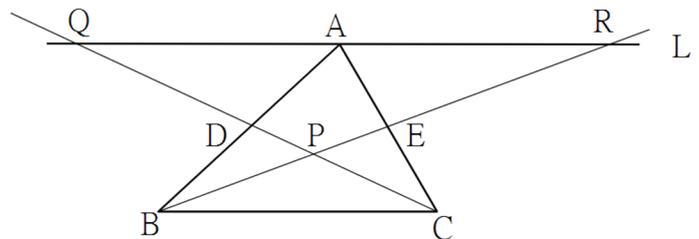
$\because \triangle ADQ \cong \triangle BDC$

$\therefore \triangle ADQ = \triangle BDC = 3a$

同理  $\triangle AER = \triangle CEB = 3a$

$\triangle PQR = 3a + 2a + 3a = 8a$

$\triangle ABC : \triangle PQR = 6a : 8a = 3 : 4$ ，選 C。



- ( D ) 7.如圖，二次函數甲的圖形向右平移  $n$  個單位，再向下平移幾個單位後得到新函數乙，其圖形交  $x$  軸於原點和  $(4, 0)$  兩點，則  $n=?$

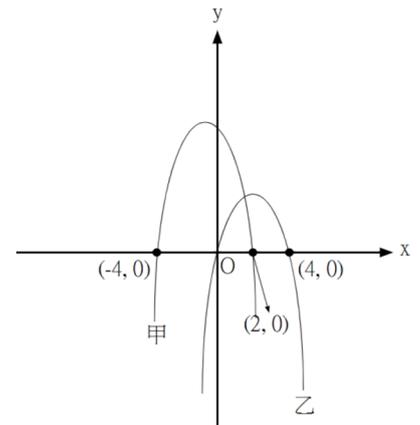
(A)  $\frac{9}{2}$  (B) 4 (C)  $\frac{7}{2}$  (D) 3

<解析>

甲對稱軸為  $x = \frac{-4+2}{2} = -1$

乙對稱軸為  $x = \frac{0+4}{2} = 2$

$\therefore$  甲向右平移  $2-(-1)=3$ ， $n=3$ ，選 D。



- ( D ) 8.如圖，某遊樂區興建一座游泳池，內部的長、寬各為 50 公尺、20 公尺，兒童戲水區水深 1 公尺，長度為 12 公尺，成人游泳區水深 3 公尺，長度為 32 公尺，兩區之間以斜坡銜接，試求游泳池的容積為多少立方公尺？

(A) 2000 (B) 2100 (C) 2200 (D) 2400 立方公尺

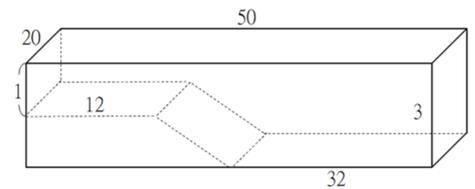
<解析>

$50 \times 20 \times 3 = 3000$

$50 - 32 = 18$

$(12+18) \times (3-1) \div 2 \times 20 = 600$

$3000 - 600 = 2400$ ，選 D。



- ( D ) 9.如圖是根據歡樂公司各年齡層員工人數的百分比，所繪製的折線圖，則下列敘述何者錯誤？

(A) 人數最多的是 30~40 歲 (B) 40 歲以上的剛好一半  
(C) 組距是 10 歲 (D) 人數最多和最少的兩組相差 35 人

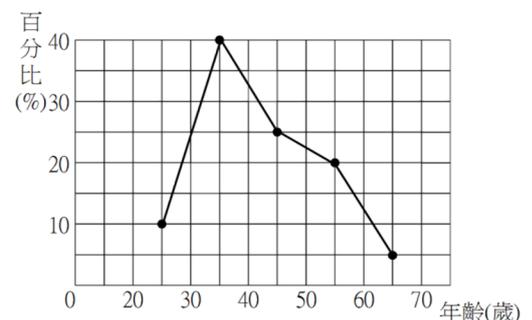
<解析>

20~30 歲: 10%，30~40 歲: 40%

40~50 歲: 25%，50~60 歲: 20%

60~70 歲: 5%

$25\% + 20\% + 5\% = 50\%$ ， $40\% - 5\% = 35\%$ ，選 D。



- ( C ) 10.下表是某班月考國文成績的累積相對次數分配表，其中 60~80 分被墨水覆蓋，已知全班有 50 人，且未滿 70 分有 19 人，若 60~70 分有  $x$  人，70~80 分有  $y$  人，且 70~80 分比 80~90 分的人數少 3 人，則下列何者錯誤？

國文成績(分)	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
累積相對次數(%)	4	10	20	[REDACTED]	[REDACTED]	76	100

(A)  $x=9$  (B)  $y=8$  (C)  $x+y > 20$  (D) 50~70 分有 14 人

<解析>

(A)  $x=19-50 \times 20\%=9$

(B)  $50 \times 76\%=38$ ，70~80 分的累積次數為  $(y+19)$  人， $38-(y+19)=y+3 \rightarrow 19=2y+3$ ， $y=8$

(C)  $x+y=9+8<20$

(D) 50~60 分有  $50 \times (20\%-10\%)=5$  人，50~70 分有  $5+9=14$  人，選 C。

( C )11.下表為小緯數學家教班平時考成績:

代號	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛
分數	68	52	69	78	92	76	94	88

分完考卷檢討後發現有一題(8分)無人答對，原因是題目出錯，所以必須送分，若調整後的全距為 a 分，四分位距為 b 分，則  $a+b=?$

(A)50.8 (B)91.5 (C)63.5 (D)59.5

<解析>

由小到大排序: 52、68、69、76、78、88、92、94

全距= $94-52=42$

$8 \times \frac{1}{4} = 2$ ， $Q_1 = \frac{68+69}{2} = 68.5$

$8 \times \frac{3}{4} = 6$ ， $Q_3 = \frac{88+92}{2} = 90$

故四分位距= $90-68.5=21.5$

$42+21.5=63.5$ (每人加 8 分，全距及四分位距不變)

選 C。

( C )12.如圖，甲、乙、丙三個班級的段考數學成績盒狀圖，已知三個班的人數皆為 32 人，小夫是甲班的學生，已知他的成績為班上的第 60 百分位數，則小夫在乙、丙兩班的名次大概為何?

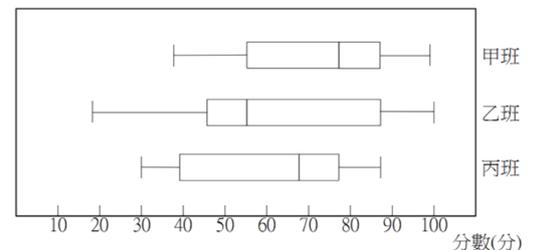
- (A)小夫在乙班 1~8 名之間
- (B)小夫在乙班 17~24 名之間
- (C)小夫在丙班 1~8 名之間
- (D)小夫在丙班 9~16 名之間

<解析>

$32 \div 4 = 8$

小夫在乙班 9~16 名之間，在丙班 1~8 名之間

選 C。



( D )13.一袋子內裝有 3 顆白球、5 顆紅球和 4 顆黑球，小明、玉芳和阿凱依序從袋子中抽出一球，且抽出不放回，已知小明抽中白球，玉芳抽中紅球，接著換阿凱抽，若阿凱抽中白球的機率為 a，抽中紅球的機率為 b，抽中黑球的機率為 c，則 a、b、c 大小順序何者正確? (A) $b>c>a$  (B) $c>b>a$  (C) $a>c=b$  (D) $b=c>a$

<解析>

阿凱抽球，袋中=3+5+4-1-1=10 顆

紅球 4 顆，白球 2 顆，黑球 4 顆

$$\text{則 } a = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}, \quad b = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}, \quad c = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

→ $b=c>a$ ，選 D。

- ( A )14.叔叔用鐵絲圍成面積 8 平方公尺的「目」字形區域，如圖所示，則他至少要準備多少公尺的鐵絲。(鐵絲厚度不計) (A)16 (B)18 (C)20 (D)22 公尺

<解析>

如圖，假設長為  $x$  公尺，寬  $y$  公尺

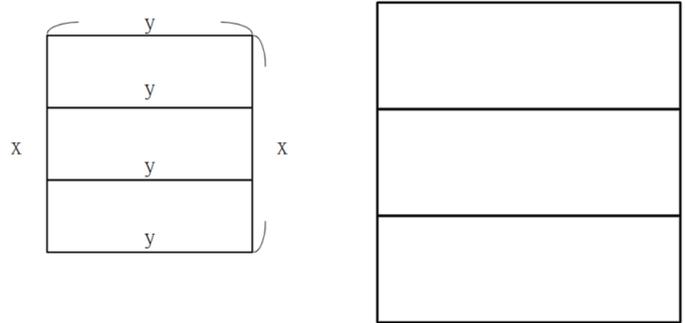
$$\rightarrow xy = 8$$

故鐵絲全長= $2x+4y$

$$\text{算幾不等式: } \frac{2x+4y}{2} \geq \sqrt{2x \cdot 4y}$$

→ $2x+4y \geq 16$ ，至少準備 16 公尺的鐵絲

選 A。



- ( D )15.小鎮 A 距離一筆直道路 6 公里，並與道路上的小鎮 B 相距 12 公里，今欲在此道路上蓋一家超級市場使與 A、B 等距，則此超級市場與 A 的距離需為多少公里? (A)  $\frac{5}{4}$  (B)  $\frac{120}{13}$  (C) 10 (D)  $4\sqrt{3}$

<解析>

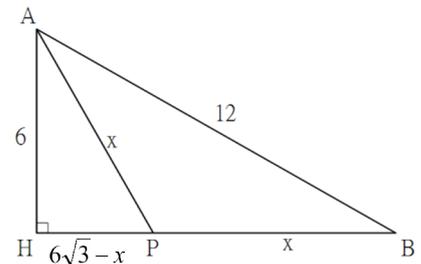
設超商蓋在 P 點

$$\overline{AP} = \overline{PB} = x$$

$$\overline{HB} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3} \rightarrow \overline{HP} = 6\sqrt{3} - x$$

$$\text{則 } x^2 = 6^2 + (6\sqrt{3} - x)^2, \quad x = 4\sqrt{3}$$

選 D。



- ( D )16.直線 L 與  $3x-4y=5$  垂直，且在第一象限內與兩坐標所圍成三角形面積為 6，則直線 L 方程式為何? (A) $3x+4y=6$  (B) $4x+3y=6$  (C) $3x+4y=12$  (D) $4x+3y=12$

<解析>

$$\text{令 } L: 4x+3y=k \quad (k>0) \rightarrow \text{與兩坐軸交於 } \left(\frac{k}{4}, 0\right), \left(0, \frac{k}{3}\right)$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{4} \cdot \frac{k}{3} = 6 \rightarrow k = \pm 12 \quad (\text{負不合})$$

∴直線方程式為  $4x+3y=12$ ，選 D。

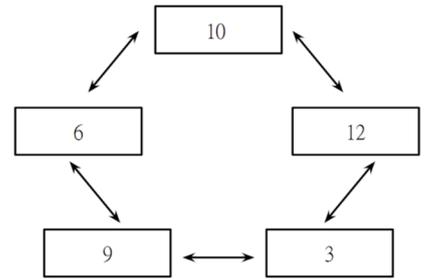
- ( B )17. $x$ 、 $y$  滿足  $L:3x+4y=1$ ，則  $\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}$  之最小值為? (A)1 (B)2 (C)3 (D) $\sqrt{5}$

<解析>

$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}$  表  $P(x, y)$  到  $(1, 2)$  之距離，但  $P$  在  $L:3x+4y=1$  上

$$\text{故最小值} = \left| \frac{3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 - 1}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \right| = \frac{10}{5} = 2, \quad \text{選 B。}$$

- ( D )18.如圖，有五堆一元硬幣，其個數分別為 10、6、9、3、12。現在想移動各堆中的硬幣至相鄰的硬幣堆中，每次移動一個硬幣，最後使每一堆中的硬幣個數相等，最少需移動幾次? (A)1 (B)8 (C)5 (D)7



<解析>

每一堆個數都相等， $(10+6+9+3+12)\div 5=8$

10→6(移動 2 次)；9→3(移動 1 次)；12→3(移動 4 次)

共 2+1+4=7 次，選 D。

- ( B )19.化簡  $\frac{1}{1-\sqrt[4]{3}} + \frac{1}{1+\sqrt[4]{3}} + \frac{2}{1+\sqrt{3}} = ?$  (A)2 (B)-2 (C) $\sqrt{2}$  (D) $-\sqrt{2}$

<解析>

$$\frac{(1+\sqrt[4]{3}+1-\sqrt[4]{3})}{(1-\sqrt[4]{3})(1+\sqrt[4]{3})} + \frac{2}{1+\sqrt{3}} = \frac{2}{1-\sqrt{3}} + \frac{2}{1+\sqrt{3}} = -2, \text{ 選 B。}$$

- ( D )20.  $f(x) = x^7 - 1$ ,  $g(x) = \frac{x}{1+x^2} + \frac{x^2}{1+x^4} + \frac{x^3}{1+x^6}$ ,  $f(a) = 0$  and  $a \neq 1$ . Find  $g(a)$ .

- (A)  $\frac{3}{2}$  (B) 2 (C)  $-\frac{3}{2}$  (D) -2

$f(x) = x^7 - 1$ ,  $g(x) = \frac{x}{1+x^2} + \frac{x^2}{1+x^4} + \frac{x^3}{1+x^6}$ ,  $f(a) = 0$  且  $a \neq 1$ , 求  $g(a) = ?$

- (A)  $\frac{3}{2}$  (B) 2 (C)  $-\frac{3}{2}$  (D) -2

<解析>

$$f(a) = a^7 - 1 = 0 \rightarrow a^7 = 1, a^8 = a, a^9 = a^2 \dots\dots\dots$$

$$a^7 - 1 = 0 \rightarrow (a-1)(a^6 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 或 } a^6 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1 = 0$$

$$\text{且 } a \neq 1, 1 + a^4 + a^2 + a^6 = -a^5 - a^3 - a$$

$$g(a) = \frac{a}{1+a^2} + \frac{a^2}{1+a^4} + \frac{a^3}{1+a^6} = \frac{a(1+a^4) + a^2(1+a^2)}{(1+a^2)(1+a^4)} + \frac{a^3}{1+a^6} = \frac{a+a^5+a^2+a^4}{1+a^2+a^4+a^6} + \frac{a^3}{1+a^6}$$

$$= \frac{-1-a^3-a^6}{-a^5-a^3-a} + \frac{a^3}{1+a^6} = \frac{a^6+a^3+1}{a^5+a^3+a} + \frac{a^3}{1+a^6} = \frac{(a^6+a^3+1)(1+a^6) + a^3(a^5+a^3+a)}{(a^5+a^3+a)(1+a^6)}$$

$$= \frac{a^6+a^3+1+a^{12}+a^9+a^6+a^8+a^6+a^4}{a^{11}+a^5+a^3+a^9+a+a^7} = \frac{a^5+a^2+a^3+a^9+a^4+a^3+1+2a^6}{a^5+a^4+a^3+a^2+a+1} = \frac{2a^6}{-a^6} = -2$$

選 D。

- ( B )21. Let  $b = \frac{10^{20000}}{10^{100} + 3}$ , what is the units place of the whole number part of  $b$ ?  
 (A)1 (B)3 (C)7 (D)9

令  $b = \frac{10^{20000}}{10^{100} + 3}$ , 求  $b$  之整數部分的個位數字=? (A)1 (B)3 (C)7 (D)9

<解析>

$$b = \frac{10^{20000}}{10^{100} + 3} = \frac{(10^{100})^{200} - 3^{200}}{10^{100} + 3} + \frac{3^{200}}{10^{100} + 3} = \frac{(10^{100})^{200} - 3^{200}}{10^{100} + 3} + \frac{9^{100}}{10^{100} + 3}$$

小數部分:  $0 < \frac{9^{100}}{10^{100} + 3} < 1$ , 整數部分:  $\frac{(10^{100})^{200} - 3^{200}}{10^{100} + 3}$

令  $10^{100} = t$

$b$  的整數部分 =  $\frac{(t)^{200} - 3^{200}}{t + 3} = \frac{(t^2)^{100} - 9^{100}}{t + 3} = \frac{(t^2 - 9)[(t^2)^{99} + (t^2)^{98} \cdot 9 + \dots + t^2 \cdot 9^{98} + 9^{99}]}{t + 3}$   
 $= (t - 3)[(t^2)^{99} + (t^2)^{98} \cdot 9 + \dots + t^2 \cdot 9^{98} + 9^{99}] = (100 \dots 0 - 3)[\Delta \Delta \dots 00 + 9^{99}] = (\dots 7)(\dots 9) = \dots 3$   
 個位數字=3, 選 B。

- ( A )22. Choose a number from 1 to 9, times (乘)the number by 3 and plus 3. After that we times the result by 3 again and gives you another number. What is the sum of the digit in tens place(十位數) and the digit in ones place(個位數)?  
 (A)9 (B)12 (C)15 (D) unsure

<翻譯>

在 1~9 中選一個數字, 把這個數字乘以 3, 再加上 3 後, 再乘以 3, 得到一組數字, 然後將十位數字和個位數字相加之和是多少? (A)9 (B)12 (C)15 (D)不確定

<解析>

令所選的數字為  $x \rightarrow (3x+3) \times 3 = 9x+9 \rightarrow 9$  的倍數

$\therefore$  十位數字+個位數字=9, 選 A。

- ( B )23. Right graph is made by 8 identical (相同的)squares, what is  $\angle ABC$ ?  
 (A)120° (B)135° (C)150° (D) 165°

<翻譯>

右圖是由 8 個相同的正方形所組成, 求  $\angle ABC$  的度數是多少?

(A)120° (B)135° (C)150° (D) 165°

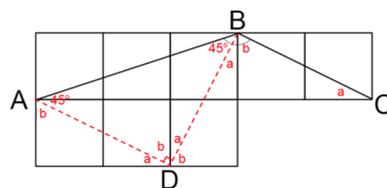
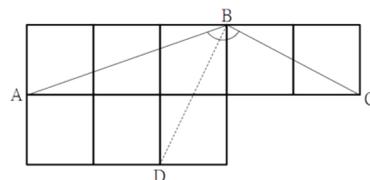
<解析>

①  $\overline{AD}^2 = 2^2 + 1^2 = 5 = \overline{BD}^2$ ,  $\overline{AB}^2 = 3^2 + 1^2 = 10$

$\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 = 10 = \overline{AB}^2 \therefore \angle ADB = 90^\circ$

又  $\overline{AD} = \overline{BD} \therefore \angle DAB = \angle DBA = 45^\circ$

②  $a+b=90^\circ \therefore \angle ABC = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ , 選 B。



- ( A )24. There are nine cards are labelled (拿走)from 1-9. Joe, Bill, and Cathy take three cards each.

Joe said: "The product of my cards is 48."

Bill said: "The sum of my cards is 15."

Cathy said “All my cards are odd numbers(奇數), the difference(差) between the largest number and the smallest number arranged by three cards in different order is 792.” Which is correct?

- (A) Joe has the cards with 2,3,8 labelled. (B) Joe has the cards with 2,4,6 labelled.  
 (C) Bill has the cards with 3,5,7 labelled. (D) Bill has the cards with 3,4,8 labelled.

<翻譯>

寫有 1、2、3、4、5、6、7、8、9 的九張牌，Joe、Bill、Cathy 各拿 3 張牌:

Joe 說:「我的 3 張牌之積為 48」;

Bill 說:「我的 3 張牌之和是 15」;

Cathy 說:「我的 3 張牌都是奇數，排成最大三位數與最小三位數之差為 792」;

下列何者正確? (A) Joe 取走 2、3、8 (B) Joe 取走 2、4、6 (C) Bill 取走 3、5、7 (D) Bill 取走 3、4、8

<解析>

Joe  $48=2 \times 3 \times 8=2 \times 4 \times 6$

Cathy 取走兩張牌相差 8，就是 1 和 9

奇數有 1、3、5、7、9 共 5 個，Bill 三張和 15，必有 1 張奇數，Cathy 有 3 張奇數  
 $\therefore$  Joe 有 1 張奇數，即 Joe 是 2、3、8

Bill 是 4、5、6，Cathy 是 1、7、9，選 A。

- ( C )25. As the graph shown, there are right angle line segments (直角折線段)formed by three straight line inside a square, the length of three straight line is 5,6 and 9. Find the shaded area. (A)45 (B)50 (C)55 (D)60

<翻譯>

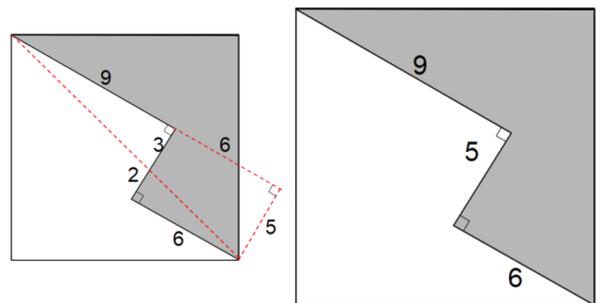
如圖，在一個正方形內畫出三條線段組成的直角折線段，其長度分別為 5、6 和 9。那麼陰影部分的面積為\_\_\_\_\_。(A)45 (B)50 (C)55 (D)60

<解析>

正方形面積為  $(15^2 + 5^2) \div 2 = 125$ ，把線段 5 分成 3 和 2 兩部分，所以陰影部分面積為

$125 \div 2 + 2 \times 6 \div 2 - 3 \times 9 \div 2 = 55$

選 C。



## 二、計算題(每題 25 分，共 50 分)

1. 古時有個天才老外數學家，遺書上說:「如果妻子幫我生了兒子，兒子將繼承  $\frac{2}{3}$  財產，妻子得到  $\frac{1}{3}$ ；如果生了女兒，女兒繼承  $\frac{1}{3}$  財產，妻子得到  $\frac{2}{3}$ 」，結果數學家死後，妻子給他生下一對龍鳳胎(一男一女)，如果你是當時的法官，會如何分配此財產?

<解析>

兒子:妻子=2:1=4:2

妻子:女兒=2:1

兒子:妻子:女兒=4:2:1

$$\therefore \text{兒子}=\frac{4}{7}, \text{妻子}=\frac{2}{7}, \text{女兒}=\frac{1}{7}$$

2. 2. 設  $a, b, c, d$  是實數，若  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 1 \leq a + b + c + d$ ，試證  $a = b = c = d$

<解析>

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 1 \leq a + b + c + d$$

$$\rightarrow (a^2 - a + \frac{1}{4}) + (b^2 - b + \frac{1}{4}) + (c^2 - c + \frac{1}{4}) + (d^2 - d + \frac{1}{4}) \leq 0$$

$$\therefore (a - \frac{1}{2})^2 + (b - \frac{1}{2})^2 + (c - \frac{1}{2})^2 + (d - \frac{1}{2})^2 \leq 0 \text{ 且 } a, b, c, d \text{ 是實數}$$

$$\therefore (a - \frac{1}{2})^2 \geq 0, (b - \frac{1}{2})^2 \geq 0, (c - \frac{1}{2})^2 \geq 0, (d - \frac{1}{2})^2 \geq 0$$

$$\therefore a - \frac{1}{2} = 0, b - \frac{1}{2} = 0, c - \frac{1}{2} = 0, d - \frac{1}{2} = 0$$

則  $a = b = c = d = \frac{1}{2}$ ，此題得證