

2020 第十六屆  國際數學競賽複賽(台灣)  
2020 Sixteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

國  
小  
六  
年  
級  
試  
卷

考試時間：90 分鐘 卷面總分：100 分

《考試時間尚未開始前請勿翻閱》

# 2020 第十六屆 國際數學競賽複賽(台灣)

## 2020 Sixteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

※ 請將答案寫在答案卷上

一、選擇題(每題 4 分，共 28 分)

- ( B )1. 計算： $2 \times 1^2 + 3 \times 2^2 + 5 \times 3^2 + 8 \times 5^2 + 13 \times 8^2 =$ \_\_\_\_\_ · [例如： $6^2 = 6 \times 6$ ]  
(A)1090 (B)1091 (C)1092 (D)1093

<解析>

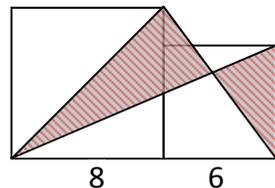
原式 $=2+12+45+200+832=1091$  ·

- ( B )2. 甲、乙兩個班的學生人數的比是 5:4 · 如果從乙班轉走 8 名學生，那麼甲班就比乙班人數多  $\frac{2}{3}$  · 這時乙班有\_\_\_\_\_人 ·  
(A)36 (B)24 (C)28 (D)30

<解析>

甲班有  $8 \div \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right) = 40$  人，後來乙班有  $40 \times \frac{3}{5} = 24$  人 ·

- ( C )3. Two squares with the side length are 8 and 6 joint together, what is the difference of the two shaded part in the figure?  
(A)12 (B)13 (C)14 (D)15



<解析>

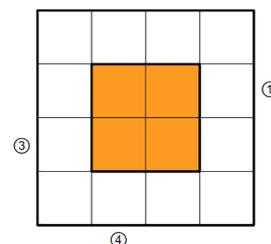
同時增加相同的量，差不變，陰影面積之差為  $\frac{1}{2} \times (8+6)(8-6) = 14$  ·

- ( A )4. 從 1 開始寫自然數，一直寫到 1000，排成多位數：  
1234567891011121314...9991000 · 數字“8”被寫了\_\_\_\_\_次 ·  
(A)300 (B)298 (C)299 (D)301

<解析>

按數位分類， $100+100+100=300$  次 ·

- ( D )5. 「4×4 看大樓」，在各方格內填寫樓層數。要求每行、每列、中間粗線區域都是 1~4 層的大樓各一棟。那麼最下面一行從左到右樓層陣列成的四位數是\_\_\_\_\_。(方格外側數字表示從此方向看到的樓棟數) (A)3421 (B)2143 (C)1234 (D)4132



<解析>

	3	4	2	1	
	2	3	1	4	①
③	1	2	4	3	
	4	1	3	2	
					④

- ( C )6. 一個長方體，如果長減少 2 公分，則體積減少 30 立方公分；如果寬增加 5 公分，則體積增加 105 立方公分；如果高增加 4 公分，則體積增加 140 立方公分。那麼這個長方體表面積為\_\_\_\_\_平方公分。  
(A) 128 (B)114 (C)142 (D)132

<解析>

$$(30 \div 2 + 105 \div 5 + 140 \div 4) \times 2 = 142 \cdot$$

- ( C )7. 平面內有 5 條直線，任意三線都不共點，那麼交點個數共有\_\_\_\_\_種情況。(A)5 (B)6 (C)7 (D)8

<解析>

交點個數可以是 0、4、6、7、8、9、10 個，共 7 種。

## 二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. 計算： $\frac{1}{1 \times 3} - \frac{2}{3 \times 5} + \frac{3}{5 \times 7} - \frac{4}{7 \times 9} + \dots - \frac{18}{35 \times 37} =$ \_\_\_\_\_。

<解析>

$$\text{原式} = \frac{1}{4} \times \left( \frac{4}{1 \times 3} - \frac{8}{3 \times 5} + \frac{12}{5 \times 7} - \frac{16}{7 \times 9} + \dots - \frac{72}{35 \times 37} \right) = \frac{1}{4} \times \left( 1 - \frac{1}{37} \right) = \frac{9}{37} \cdot$$

2. 現在有 2425 人排成一排，一定能找到 6 名女生排在一起。那麼女生最少有 \_\_\_\_\_ 人。

<解析>

$2425 \div (1+5) = 404 \cdots 1$ 。女生最少有  $2425 - 404 + 1 = 2022$  人。

3. 一個魚塘，年初放入 20000 尾草魚苗，年終打撈上來以備年貨。從魚塘中打撈 50 條魚稱重，共重 60 公斤。根據以往經驗，魚苗成活率是 78%。那麼年終全部打撈出這些魚，這些魚大約共重 \_\_\_\_\_ 公斤。(不包括抽樣的 50 條魚)

<解析>

$$50:60=20000:\square$$

$$\square=24000$$

$$24000 \times 0.78 = 18720$$

$$18720 - 60 = 18660$$

4. 從 0~9 中選出兩個不同的奇數字、兩個相同的偶數字。一共可以組成 \_\_\_\_\_ 個不同的四位數。

<解析>

奇數:1、3、5、7、9，偶數:0、2、4、6、8

有 0 → 奇奇偶偶、奇偶奇偶、奇偶偶奇

$$\frac{5 \times 4}{2} \times 1 \times 2 \times 3 = 60$$

沒有 0 → 奇奇偶偶、奇偶奇偶、奇偶偶奇、偶偶奇奇、偶奇偶奇、偶奇奇偶

$$\frac{5 \times 4}{2} \times 4 \times 6 \times 2 = 540$$

$$60 + 480 = 540$$

5. 把 1-50 按順時針依次排成一圈，從某個數開始，逆時針每隔一個數，就劃去一個數，最後剩下一個數是 28。那麼第一個被劃去數為 \_\_\_\_\_。

<解析>

都按順時針考慮，從 1 開始，保留 1，劃去 2，最後剩下的是  $2 \times (50 - 25) + 1 = 37$ 。

此時從 1 開始，第一個劃去的是 2，最後剩下的是 37。

如果改成逆時針劃數，從 1 開始，第一個劃去的是 50，最後剩下的是

$$50 - 37 + 1 + 1 = 15。$$

最後剩下的數對應增加  $28 - 15 = 13$ ，第一次劃去的數為  $50 + 13 - 50 = 13$ 。

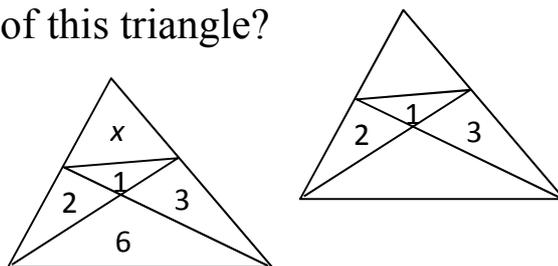
6. A triangle is divided into five pieces, the area of three of them are 1、2、3 which are marked out in the figure. Then what is the area of this triangle?

\_\_\_\_\_ .

<解析>

如圖，先使用風箏形，然後列方程為  $\frac{x}{4} = \frac{x+3}{9}$ ，

$x=2.4$  . 所以整個三角形的面積為  $2.4+1+2+3+6=14.4$  .



7. 如圖，有兩列數碼積木，每次從一列上面取一塊，按照所取順序從左到右排成一個七位數 . 那麼這樣的七位數共有 \_\_\_\_\_ 個 .

<解析>

末三碼 216 → 2012、2102、1220、2120

末三碼 216 → 2021、~~2012~~、1202

末三碼 261 → 1202、2102、2012、2021

末三碼 261 → ~~2102~~、~~2012~~、1220、~~1202~~、2120

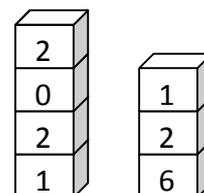
末三碼 126 → 2021

末三碼 126 → 2102、2021、2012、1202

末三碼 021 → 1262、1226、2126

末三碼 621 → 2120、2102、1202、1220

24 個



8. 一個各位數位互不相同的多位數，若相鄰兩個數字之和都是質數，這個多位數最大為 \_\_\_\_\_ .

<解析>

先找出互不相同的多位數 1023456789

安排最大的 9876543210

在考慮相鄰數字和是質數 9856743021

三、計算題(12分/10分/10分，共32分) ※未寫計算過程不予計分

1. 甲、乙、丙三車同時從A地出發去B地，甲比乙早16分鐘到達。另一天，三人仍按照原來速度也從A地同時出發去B地，20分鐘後開始下雨，車速受此影響，甲速降低 $\frac{1}{2}$ ，乙速降低 $\frac{1}{3}$ ，丙速降低 $\frac{1}{4}$ ，結果三人同時到達B地。那麼在不減速的正常情況下，丙從A地到B地需要\_\_\_\_\_分鐘。

<解析>

設降速後都用時為1份到達B地，降速前行後面這段路甲用時為 $1 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ 份，乙用時 $1 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$ 份，丙用時為 $1 \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$ 份。降速後都實際行駛 $16 \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) = 96$ 分鐘。因此，丙在正常情況下，從A地到B地需要 $20 + 96 \times \frac{3}{4} = 92$ 分鐘。

2. 一封重要文字檔案需要傳送，首先把每個漢字用00~30之間的兩位數字表示。下面對這組數字進行如下加密：每個兩位數字都8次方，然後被31去除取餘數（若餘數為一位數字，需要在前面補0變成兩位數字）。如果文字內容是20 21經過加密，得到的密碼為\_\_\_\_\_。

<解析>

$$20^8 = \underline{20 \times 20 \times 20 \times 20 \times 20 \times 20 \times 20 \times 20}$$
$$20 \times 20 \div 31 = 12 \cdots 28 \rightarrow \underline{28 \times 28 \times 28 \times 28}$$
$$28 \times 28 \div 31 = 25 \cdots 9 \rightarrow \underline{9 \times 9}$$
$$9 \times 9 \div 31 = 2 \cdots 19$$

同理

$$21^8 = \underline{21 \times 21 \times 21 \times 21 \times 21 \times 21 \times 21 \times 21}$$
$$21 \times 21 \div 31 = 14 \cdots 7 \rightarrow \underline{7 \times 7 \times 7 \times 7}$$
$$7 \times 7 \div 31 = 1 \cdots 18 \rightarrow \underline{18 \times 18}$$
$$18 \times 18 \div 31 = 10 \cdots 14$$

密碼是 1914

3. Amy has 682 stamps and John has 924 stamps. How many stamps must John give Amy so that both of them have an equal number of stamps?

<解析>

$$924 + 682 = 1606$$
$$1606 \div 2 = 803$$
$$803 - 682 = 121$$