

2020 第十六屆  國際數學競賽複賽(台灣)
2020 Sixteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

國
小
五
年
級
試
卷

考試時間：90 分鐘 卷面總分：100 分

《考試時間尚未開始前請勿翻閱》

2020 第十六屆  國際數學競賽複賽(台灣)
2020 Sixteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

※ 請將答案寫在答案卷上

一、選擇題(每題 4 分，共 28 分)

- (B)1. 計算： $20\frac{20}{21} \times 21\frac{21}{22} \div (21^2 - 20^2 + 3^2 - 2^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ · [例如： $4^2 = 4 \times 4$]
(A)12 (B)10 (C)14 (D)15

<解析>

$$\text{原式} = \frac{20 \times 22}{21} \times \frac{21 \times 23}{22} \div 46 = 10 \cdot$$

- (C)2. Define a new operation: $x \diamond y = k \times x \times y + 3$, and $5 \diamond 3 = 33$, then
 $3 \diamond 8 = \underline{\hspace{2cm}}$ · (A)49 (B)53 (C)51 (D)47

<解析>

$$k \times 5 \times 3 + 3 = 33, (33 - 3) \div 15 = 2$$

$$3 \diamond 8 = 2 \times 3 \times 8 + 3 = 51$$

- (D)3. 五年級兩個班共有學生 90 人，其中參加樂隊有 71 人，一班參加樂隊占本班人數的 75%，二班參加樂隊占本班人數的 $\frac{5}{6}$ · 一班參加樂隊人數比二班參加樂隊人數多 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人 ·
(A)4 (B)3 (C)2 (D)1

<解析>

$$(90 \times \frac{5}{6} - 71) \div (\frac{5}{6} - \frac{3}{4}) = 48$$

$$90 - 48 = 42$$

$$48 \times \frac{3}{4} = 36, 42 \times \frac{5}{6} = 35$$

$$36 - 35 = 1$$

- (B)4. 一批貨物，賣掉 $\frac{1}{4}$ 後，又購進 36 件，結果現在比開始還多 $\frac{1}{5}$ · 那麼這批貨物開始有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 件 ·
(A)72 (B)80 (C)88 (D)96

<解析>

$$36 \div (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) = 36 \div \frac{9}{20} = 80$$

- (A)5. 草莓甜筒 8 元一個，抹茶甜筒 9 元一個，巧克力甜筒 10 元一個。用 100 元錢購買這三種甜筒，恰好用完。那麼一共最多購買了_____個甜筒。(三種甜筒都要買) (A)12 (B)11 (C)10 (D)13

<解析>

$$8a+9b+10c=100$$

$$9b=9、18、27、36、45、54、63、72、81、90、99$$

$$8a=8、16、24、32、40、48、56、64、72、80、88、96$$

$$(18、32、60)，(18、72、10)，(36、24、40)$$

$$(36、64、0)，(54、16、30)$$

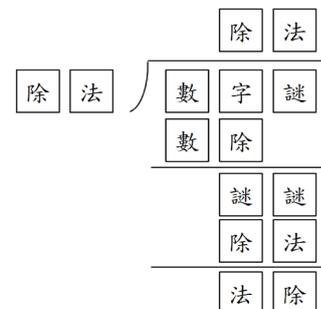
$$(a、b、c)=(4、2、6)，(8、2、1)，(3、4、4)，(8、4、0)，(6、2、3)$$

$$\text{最多}=4+2+6=12$$

- (B)6. 在除法豎式謎中，相同的漢字代表相同的數位，不同的漢字代表不同的數字。那麼“除法數字謎”代表的五位數最大是_____。
(A)71349 (B) 31974 (C)47913 (D)13947

<解析>

從“除法”×“除法”+“法除”是三位數“數字謎”入手，除法可以是 21 或 31，驗證“除法數字謎”最大為 31974。



- (A)7. 某教育機構安排五位員工在 2020 年“五·一”假期期間 1 日-5 日值班，每天安排 1 人，每人值班一天。若五位員工中，小梁不排在 1 日，小徐不排在 2 日、迪迪不排在 3 日，小陳不排在 4 日，冠蓉哪天都可以值班，則不同的安排方案共有_____種。
(A)53 種 (B)50 種 (C)54 種 (D)56 種

<解析>

□□□□□

若冠蓉也不排在第 5 日，表示 5 人都錯排有 44 種

如冠蓉安排在第 5 日，其他 4 人都錯排有 9 種

$$44+9=53$$

二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. 計算： $34.5 \times 76.5 - 345 \times 6.42 - 123 \times 1.45 = \underline{\hspace{2cm}}$.

<解析>

$$\text{原式} = 345 \times (7.65 - 6.42) - 123 \times 1.45 = 345 \times 1.23 - 123 \times 1.45 = 123 \times (3.45 - 1.45) = 246$$

2. 一個各位數位互不相同的多位數，若相鄰兩個數字之和都是質數，這個多位數最大為 $\underline{\hspace{2cm}}$.

<解析>

先找出互不相同的多位數 1023456789

安排最大的 9876543210

在考慮相鄰數字和是質數 9856743021

3. 從 1-40 這 40 個整數中，至多能選出 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個數，使得選出的數中找不到兩個數之和為 6 的倍數 .

<解析>

按模 6 進行剩餘分類，然後進行最不利原則取數，餘 0 的取 1 個，餘 1 的取 7 個，餘 2 的取 7 個，餘 3 的取 1 個。至多取 $1+7+7+1=16$ 不出現兩個數之和是 6 的倍數 .

4. 在 $1, 1 \times 2, 1 \times 2 \times 3, 1 \times 2 \times 3 \times 4, \dots, 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 200$ 中，每項乘積的末尾有可能有連續的“0”。那麼相鄰兩項末尾分別有 a 個“0”和 $(a+2)$ 個“0”，這樣的情況發生了 $\underline{\hspace{2cm}}$ 次 .

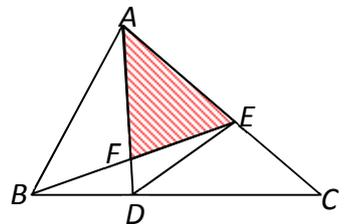
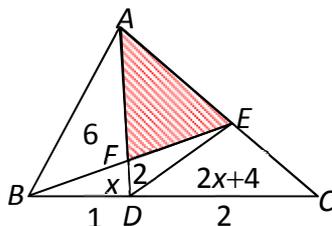
<解析>

是 25 的倍數，且不是 125 的倍數，才發生 0 的個數兩次跳躍情況。有 $200 \div 25 - [200 \div 125] = 7$ 處 .

5. In $\triangle ABC$ as show, $\overline{DC} = 2\overline{BD}$, if the area of $\triangle ABF$ is 6, the area of $\triangle DEF$ is 2. What is the area of shaded part? $\underline{\hspace{2cm}}$

<解析>

如圖標記面積，根據同底等高，得到 $\triangle AEF$ 的面積為 $2 \times (x+6) - (2+2x+4) = 6$.



6. 一個等差數列，首項為 3，從第二個數開始，每個數都比前面相鄰的數大 4。
3, 7, 11, 15, 19, ...

對於數列的某項 a_n ，它前面相鄰三項之和 $M = a_{n-3} + a_{n-2} + a_{n-1}$ ，它後面相鄰兩項之和為 $N = a_{n+1} + a_{n+2}$ ，125 能整除 $(M-N)$ 。那麼此項 a_n 最小是_____。

<解析>

第 n 項的規律 $= 4n - 1$ ，故前三項 $\rightarrow M = (4n-1) - 3 \times 4 + (4n-1) - 2 \times 4 + (4n-1) - 1 \times 4 = 12n - 27$

後二項 $\rightarrow N = (4n-1) + 4 + (4n-1) + 4 \times 2 = 8n + 10$

$\therefore M - N = 12n - 27 - (8n + 10) = 4n - 37$

$4n - 37 = 125 \times k \rightarrow n = \frac{125k + 37}{4} = 31k + 9 + \frac{k+1}{4}$ ， k 最小值 $= 3$

$n = 31 \times 3 + 9 + 1 = 103$ ，故 $a_n = 4 \times 103 - 1 = 411$

7. 現在有紅、橙、黃、綠、青、藍、紫色的小球。其中有 2 個相同的紅色小球，其他顏色的小球各一個。把這些小球放到四個相同的盒子裡，每個盒子裡恰有兩個小球，且 2 個紅色小球不能在同一個盒子裡。共有_____種不同放法。

<解析>

$6 \times 5 \div 2 \times 3 = 45$

45 種

8. 一個正方形方陣，如果減少 4 行，那麼再增加 2 人就可以增加 7 列，變成一個長方形方陣。那麼正方形方陣有_____人站成。

<解析>

$(4 \times 7 + 2) \div (7 - 4) = 10$ ， $10 \times 10 = 100$ 人

三、計算題(12分/10分/10分，共32分) ※未寫計算過程不予計分

1. 某國居民身份證共18位，其中最後一位數是為了檢驗前面數字是否有誤的驗證碼。校驗方法是前17位元數字依次乘以4、2、1、6、3、7、9、10、5、8、4、2、1、6、3、7、9，得到17個乘積再相加得到一個和，這個和除以11得到的餘數即為校驗碼，餘數為10用“x”表示。身份證號110116202004100218前17位完全正確，僅是校驗碼錯了，那麼正確的校驗碼是_____。

<解析>

根據驗證碼計算方法，得到

$$1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 + 1 \times 6 + 1 \times 3 + 6 \times 7 + 2 \times 9 + 0 \times 10 + 2 \times 5 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 4 \times 2 + 1 \times 1 + 0 \times 6 + 0 \times 3 + 2 \times 7 + 1 \times 9 = 117$$

$$117 \div 11 = 10 \cdots 7$$

所以，正確的驗證碼為7。

2. 甲、乙、丙三車同時從A地出發去B地，甲比乙早20分鐘到達。另一天，三人仍按照原來速度也從A地同時出發去B地，30分鐘後開始下雨，車速受此影響，甲速降低 $\frac{1}{2}$ ，乙速降低 $\frac{1}{3}$ ，丙速降低 $\frac{1}{4}$ ，結果三人同時到達B地。那麼在不減速的正常情況下，丙從A地到B地需要_____分鐘。

<解析>

設降速後都用時為1份到達B地，降速前行後面這段路甲用時為 $1 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ 份，乙用時為 $1 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$ 份，丙用時為 $1 \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$ 份。降速後都實際行駛 $20 \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) = 120$ 分鐘。因此，丙在正常情況下，從A地到B地需要 $30 + 120 \times \frac{3}{4} = 120$ 分鐘。

3. Amber has 320 stamps and Tim has 480 stamps. How many stamps must Tim give Amber so that both of them have an equal number of stamps?

<解析>

$$320 + 480 = 800$$

$$800 \div 2 = 400$$

$$480 - 400 = 80$$