

2020 第十六屆  國際數學競賽複賽(台灣)  
2020 Sixteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

國  
小  
四  
年  
級  
試  
卷

考試時間：90 分鐘 卷面總分：100 分

《考試時間尚未開始前請勿翻閱》

2020 第十六屆  國際數學競賽複賽(台灣)  
2020 Sixteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

※ 請將答案寫在答案卷上

一、選擇題(每題 4 分，共 28 分)

- ( C )1. 計算： $18 \times 37 + 36 \times 27 + 54 \times 3 =$ \_\_\_\_\_。  
(A)1780 (B)1790 (C)1800 (D)1810

<解析>

原式= $18 \times 37 + 18 \times 54 + 18 \times 9 = 18 \times (37 + 54 + 9) = 18 \times 100 = 1800$ 。

- ( B )2. 有黑、白棋子各一盒。黑棋子的數目是白棋子的 2 倍。每次取 4 枚黑棋子、3 枚白棋子。當白棋子取完後，黑棋子還剩下不超過 20 枚。那麼黑、白棋子最多共有\_\_\_\_\_個。  
(A)82 (B)90 (C)86 (D)84

<解析>

如果每次取 6 枚黑棋子，3 枚白棋子，則都剛好取完。而現在每次剩下  $6 - 4 = 2$  枚，根據奇偶性，所以黑棋子最多剩餘 20 枚。兩種棋子共有  $20 \div (2 \times 3 - 4) \times (4 + 3) + 20 = 90$  枚。

- ( A )3. 把下面數列相鄰兩個數字進行一次交換，就稱作冒泡一次，那麼要達成目標最少需要冒泡\_\_\_\_\_次。  
開始：5 6 9 3 2 7 4 1 8  
目標：9 8 7 6 5 4 3 2 1  
(A)16 (B)15 (C)17 (D)14

<解析>

最少冒泡  $2 + 7 + 4 + 1 + 2 = 16$  次。

- ( C )4.小海龜迷路了，在回到大海去的路上遇到一座沙丘。這座沙丘的上坡路長 32 米，小海龜白天只能爬上 12 米，然而晚上還要滑下 7 米。小海龜不怕饑渴，經過幾天的奮鬥終於爬到丘頂。那麼小海龜從第 1 個白天的早晨算起，是在第\_\_\_\_\_個白天爬到了丘頂。  
(A)3 (B)4 (C)5 (D)6

<解析>

每天移動： $12-7=5$ ，最後一天爬到丘頂： $32-12=20$

需要： $20\div 5=4$  天，最後一天衝刺  $4+1=5$  天

- ( A )5.某年的五月份有四個星期四，五個星期五，那麼這年的 6 月 1 日是星期\_\_\_\_\_。  
(A)星期一 (B)星期二 (C)星期三 (D)星期四

<解析>

5 月有 31 天(有四個星期四，五個星期五)

故 5 月 1 日是星期五→6 月 1 日是星期一

- ( C )6.一列火車，車頭長 5 公尺，車頭與車廂間隔 1 公尺，每節車廂長 10 公尺，車廂與車廂間隔 2 公尺。共有一個車頭和 12 節車廂。那麼這列火車長\_\_\_\_\_公尺。  
(A)146 (B)147 (C)148 (D)149

<解析>

$$10 \times 12 = 120$$

$$2 \times (12 - 1) = 22$$

$$120 + 22 + 5 + 1 = 148$$

- ( C )7. Use the each of digits 0、1、2、3、4 only once to form a five-digit number, 1 and 2 are adjacent, 3 and 4 are not adjacent. How many five-digit numbers are there like this? (A)18 (B)19 (C)20 (D)21

<翻譯>僅使用一次數字 0、1、2、3、4 形成一個五位數，數字 1 和 2 相鄰，3 和 4 不相鄰。這樣有多少個五位數字？

<解析>

1 和 2 相鄰且 0 不放第 1 個：

12304、21304、12403、21403

31204、32104、41203、42103

30124、30214、40123、40213

30412、30421、40312、40321

31240、32140、41230、42130，共 20 個

## 二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. 計算： $1 \times 3 + 3 \times 5 + 5 \times 7 + \dots + 19 \times 21 =$ \_\_\_\_\_。

<解析>

$$(2^2-1)+(4^2-1)+(6^2-1)+\dots+(20^2-1)=(2^2+4^2+6^2+\dots+20^2)-10=20 \times 21 \times 22 \div 6 - 10 = 1530$$

2. 定義新運算： $S(n)$  表示正整數  $n$  的數字之和，如  $S(2020)=2+0+2+0=4$ 。則  $S(1)+S(2)+S(3)+\dots+S(99)=$ \_\_\_\_\_。

<解析>

$$\text{原式}=[0+(9+9)] \times 50 = 900$$

3. 一個正方形方陣，如果減少 4 行，那麼再增加 2 人就可以增加 7 列，變成一個長方形方陣。那麼正方形方陣有\_\_\_\_\_人站成。

<解析>

$$(4 \times 7 + 2) \div (7 - 4) = 10, 10 \times 10 = 100 \text{ 人}$$

4. There is a addition puzzle with digits 3、4、5 has been filled out. How many ways can the digits 0~9 be filled into the addition puzzle only once so that the puzzle holds true? \_\_\_\_\_ways.

$$\begin{array}{r}
 \square \\
 \square \square \\
 + \square 4 \square \\
 \hline
 \square \square 3 5
 \end{array}$$

<解析>

7+86+942=1035，其中 7、6、2 可以調換位置  
有 6 種方法

5. 有一些卡片共奇數張，全用上可以平鋪成一個正方形圖案。把這些卡片平均分給 8 位小朋友，結果僅剩下幾張（多於 2 張而不足 10 張）卡片。那麼剩下的卡片具體為\_\_\_\_\_張。

<解析>

奇平方數被 8 除餘 1。  
故剩下 8+1=9 張

6. 小明爸爸自駕車旅行，開始轎車里程表顯示為“ $\overline{20\square\Delta}$ ”，3 小時後，發現里程表顯示為 $2\Delta 0\square$ 。又知平均車速在 70~80 千米/時。那麼按照這個車速再行駛 5 小時，里程表上顯示數最小為\_\_\_\_\_。

<解析>

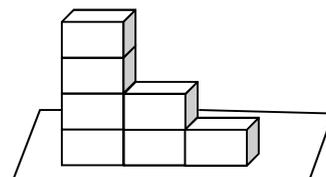
相同符號表示相同數字

$2\Delta 0\square - 20\square\Delta$  其差是 9 的倍數，平均車速在 70~80 千米/時，具體車速為 72、75 或 87 公里/時。列出數字謎，得到  $\square=9, 8$  或  $7, \Delta=3$ ，那麼 5 小時行駛後顯示最小為  $2309+72\times 5=2669$ 。

7. 如圖，有 7 塊磚頭壘成一堆，每次只能搬走一塊，且只能從每列的上部依次搬。那麼全部搬完磚頭，共有\_\_\_\_\_種不同的搬磚順序。

<解析>

1		
2		
3	5	
4	6	7



尾數 467 476 746 764 647 674

前四碼 1235 1523 1253 5123 →24 個

尾數 567 756 576

前四碼 1234 →3 個

尾數 564 546 456

前四碼 1237 1723 1273 7123 →12 個

尾數 364 346 634

前四碼 1257 1572 1725 1752 1275 1527 5127 5172 5712 7512 7125 7152

→36 個

尾數 347 374 734

前四碼 1256 1526 1562 5612 5126 5162 →18 個

尾數 234

前四碼 1576 1567 7156 7561 5176 5761 5167 5716 7516 7561 5716 1756

→12 個

$24+3+12+36+18+12=105$

8. 班上有 35 位同學，數學成績有 14 位不及格，英文成績有 12 位不及格，數學和英文成績都不及格有 9 位，所以數學和英文都及格的有\_\_\_\_\_位。

<解析>

$$35-14=21$$

$$35-12=23$$

$$21+23-(35-9)=18$$

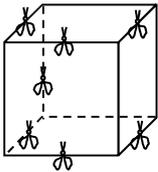
三、計算題(12分/10分/10分，共32分) ※未寫計算過程不予計分

1. 從1~100這100個整數中，最少取出\_\_\_\_\_個數，才能保證取出的整數中存在三個不同整數，其中一個數是另外兩個數的乘積。並給出最少取法的實例。

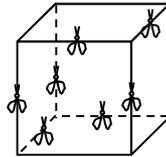
<解析>

因為 $10 \times 10 = 100$ ，故較小因數不大於10，去掉2~9就不出現三數同時出現情況，所以最多去掉 $100 - 8 = 92$ 個不出現題中情況。故最少取 $92 + 1 = 93$ 個一定能保證取出的數中，有三個不同整數，其中一個整數是另外兩個整數的乘積。如取1、10~100和2，這93個數中，有 $2 \times 10 = 20$ ，不唯一。

2. 如圖，把下面的正方體剪開7條邊，然後展成表面展開圖。請根據舉例，把展開圖畫在 $3 \times 5$ 的方格表中(塗陰影)。那麼展開圖中的6個數之和最大為\_\_\_\_\_。請染色展開圖的方格。



1	2	3	4	5
10	9	8	7	6
11	12	13	14	15



1	2	3	4	5
14	15	16	17	6
13	20	19	18	7
12	11	10	9	8

<解析>

如圖塗陰影方格成正方體表面展開圖，六個面之和最大為 $16 + 17 + 19 + 20 + 11 + 12 = 95$ 。

1	2	3	4	5
14	15	16	17	6
13	20	19	18	7
12	11	10	9	8

3. Sam has 137 stamps and Tom has 423 stamps. How many stamps must Tom give Sam so that both of them have an equal number of stamps?

<解析>

$$423 + 137 = 560$$

$$560 \div 2 = 280$$

$$423 - 280 = 143$$