

第十九屆  國際數學競賽台灣區複賽  
Nineteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

國  
中  
一  
年  
級  
試  
卷

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分  
《考試時間尚未開始請勿翻閱》

考生姓名：\_\_\_\_\_ 准考證號碼：\_\_\_\_\_ 試題總分：\_\_\_\_\_

- ◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！  
◎計算題需要在試題空白處列出運算過程，只寫答案沒有運算過程不計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	B	C	A	B	D	B
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	$x=3$ $y=-1$ $z=2$	12	38	0	140	36	84	3

### 一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

1. 比較  $4^6$ 、 $8^5$ 、 $16^4$  的大小。(A)  $16^4 > 8^5 > 4^6$  (B)  $16^4 > 4^6 > 8^5$  (C)  $8^5 > 16^4 > 4^6$  (D)  $8^5 > 4^6 > 16^4$

<解析>

$$4^6 = (2^2)^6 = 2^{12}, 8^5 = (2^3)^5 = 2^{15}, 16^4 = (2^4)^4 = 2^{16}$$

$$\therefore 2^{16} > 2^{15} > 2^{12} \rightarrow 16^4 > 8^5 > 4^6$$

選 A。

2. 若一個角的餘角與這個角的補角之比是 2 : 7，這個角的大小是 (A)  $52^\circ$  (B)  $54^\circ$  (C)  $56^\circ$  (D)  $58^\circ$

<解析>

假設此角為  $x$

$$(90-x) : (180-x) = 2 : 7$$

$$360 - 2x = 630 - 7x$$

$$5x = 270$$

$$x = 54, \text{ 選 B。}$$

3. 甲、乙、丙、丁、戊五人各站在不同的位置上，已知乙在甲的正西方 2 公尺處，丙在甲的正東方 3 公尺處，丁在甲的正北方 6 公尺處，若戊在丙的正北方  $m$  公尺處，使得乙、丁、戊的位置恰在一直線上，則  $m =$  \_\_\_\_\_。(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25

<解析>

假設甲為  $(0, 0)$ ，則丁  $(0, 6)$ 、丙  $(3, 0)$ ，乙  $(-2, 0)$

$$(0, 6) \text{ 代入 } y = ax + b \rightarrow b = 6$$

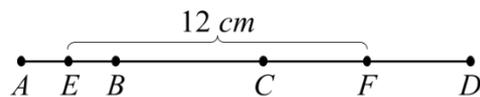
$$(-2, 0) \text{ 代入 } y = ax + b \rightarrow -2a + 6 = 0, a = 3$$

$$\therefore \text{直線方程式: } y = 3x + 6$$

$$x = 3, y = 3 \times 3 + 6 = 15$$

故丙  $(3, 15)$ ，即  $m = 15$ ，選 B。

4. As shown in the figure,  $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CD}=2:3:4$ ,  $E$ 、 $F$  are the midpoint of  $\overline{AB}$  and  $\overline{CD}$ ,  $\overline{EF}=12\text{cm}$ , then  $\overline{AD}=\underline{\hspace{2cm}}$  cm.  
 (A)16 (B)17 (C)18 (D)19



<解析>

$\because E$  和  $F$  是  $\overline{AB}$  和  $\overline{CD}$  的中點

$\therefore \overline{AE}:\overline{EB}:\overline{BC}:\overline{CF}:\overline{FD}=1:1:3:2:2$

$12 \div (1+3+2)=2$

$\therefore \overline{AD}=2 \times (1+1+3+2+2)=18$ ，選 C。

5. 大雄有一杯濃度 8% 的檸檬汁，他想將它稀釋為 5%，他加入純水 60 公克後，測得濃度 6%，那麼原有檸檬汁多少公克？(A)180 (B)160 (C)140 (D)120

<解析>

假設原有檸檬汁  $x$  公克

$x \times 8\% = (x+60) \times 6\%$

$0.02x = 3.6$

$x = 180$ ，選 A。

6. What is the maximum number of intersection points (交點) of 10 straight lines intersecting in pairs on the plane? (A)44 (B)45 (C)46 (D)47

<解析>

2 條直線  $\rightarrow$  1 個交點 = 1

3 條直線  $\rightarrow$  3 個交點 = 1+2

4 條直線  $\rightarrow$  6 個交點 = 1+2+3

$\therefore$  10 條直線  $\rightarrow$   $n$  個交點 = 1+2+3+...+9 =  $(1+9) \times 9 \div 2 = 45$ ，選 B

7. 櫻木花道買了一雙球鞋和運動褲共花了 1600 元；流川楓隔一週去買同樣的球鞋和運動褲，發現球鞋打六折，運動褲漲了 30%，結果他比櫻木花道多花了 60 元，則球鞋打六折後是多少元？(A)300 (B)330 (C)340 (D)360

<解析>

假設原本一雙球鞋  $x$  元，一件運動褲  $y$  元

①  $x+y=1600 \rightarrow 0.4x+0.4y=640$

②  $-0.4x+0.3y=60$

$0.7y=700$ ， $y=1000$

$\therefore x+1000=1600$ ， $x=600$

球鞋六折 =  $600 \times 0.6 = 360$ ，選 D。

8. 將披薩等分為  $n$  塊，小華吃的塊數是小明的  $1\frac{1}{2}$  倍，小英比小明少吃一塊，則  $n$  最小是 \_\_\_\_\_。(A)5 (B)6 (C)7 (D)8

<解析>

令小明吃了  $x$  塊，小英吃了  $(x-1)$  塊，小華吃了  $\frac{3}{2}x$  塊

$\frac{3}{2}x + (x-1) + x = n$ ， $n = \frac{7}{2}x - 1$

①  $x=1 \rightarrow n = \frac{5}{2}$  (不合)

②  $x=2 \rightarrow n = 6$

則  $n$  最小是 6，選 B。

## 二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. 方程式  $\begin{cases} x+2y=1 \\ y+2z=3 \\ z+2x=8 \end{cases}$  的解為何?

<解析>

$$x+2y+y+2z+z+2x=1+3+8 \rightarrow 3x+3y+3z=12, x+y+z=4$$

$$\therefore z=4-x-y$$

$$y+2(4-x-y)=3, y+8-2x-2y=3, 2x+y=5 \text{ 且 } x+2y=1$$

$$\therefore 3x+3y=6, x+y=2$$

$$\therefore z=4-x-y=4-(x+y)=4-2=2, x=3, y=-1$$

$$\therefore x=3, y=-1, z=2$$

2. 某水果店販售西瓜、梨子及蘋果，已知一個西瓜的價錢比 6 個梨子多 6 元，一個蘋果的價錢比 2 個梨子少 2 元，那麼一個西瓜要降價\_\_\_\_\_元，才能是一個西瓜的價錢，是 1 個蘋果的 3 倍。

<解析>

令一個梨子為  $x$  元，一個西瓜為  $(6x+6)$  元，一個蘋果為  $(2x-2)$  元

要降價□元

$$6x+6-\square=3(2x-2)$$

$$6x+6-\square=6x-6, \square=12$$

3. 某個籃球運動員共參加了 10 場比賽，他在第 6、第 7、第 8、第 9 場比賽中分別獲得了 19、14、11 和 20 分，他的前 9 場比賽的平均分比前 5 場比賽的平均分要高，如果他的 10 場比賽的平均分超過 18 分，問：他在第 10 場比賽中至少得了\_\_\_\_\_分。

<解析>

假設前 5 場的分數為  $a$  分，第 10 場分數為  $b$  分

$$(19+14+11+20+a) \div 9 > a \div 5 \rightarrow (64+a) \times 5 > 9a, 320+5a > 9a, 320 > 4a, 80 > a$$

$$(19+14+11+20+a+b) \div 10 > 18 \rightarrow 64+a+b > 180, a+b > 116$$

$$\therefore a \text{ 最多 } 79 \text{ 分}, 79+b > 116, b > 37, \text{第 } 10 \text{ 場至少 } 38 \text{ 分。}$$

4. 甲數是正數，乙是負數，且|甲數|=|乙數|，則甲數+乙數=\_\_\_\_\_。

<解析>

$$\text{甲} > 0, \text{乙} < 0$$

$$|\text{甲}| = |\text{乙}| \rightarrow \text{甲乙互為相反數}, \text{甲} + \text{乙} = 0$$

5. In  $\triangle ABC$  as show,  $\overline{DE}$  are the point of  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  respectively, and  $\overline{AD}:\overline{AB}=2:5$ ,  $\overline{AE}:\overline{AC}=4:7$ ,  $\triangle ADE$ (面積) $=32\text{cm}^2$ , then  $\triangle ABC$ =\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .

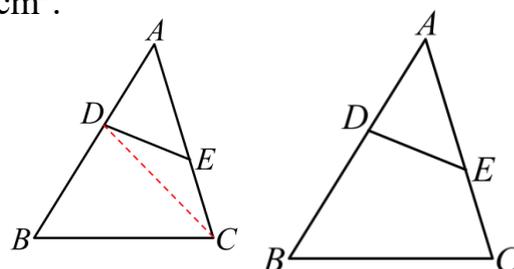
<解析>

連接  $\overline{CD}$

$$\therefore \overline{AE}:\overline{AC}=4:7 \rightarrow \triangle ADE:\triangle ACD=4:7=32:\square, \square=56$$

$$\text{且 } \overline{AD}:\overline{AB}=2:5 \rightarrow \triangle ADC:\triangle ABC=2:5=56:\square, \square=140$$

$$\therefore \triangle ABC=140 \text{ cm}^2$$



6. 學生想知道王老師的年齡，王老師笑著說：「你們猜猜看，我現在的年齡的二位數字對調後，用 3 去除再加上 15，就是我的年齡了！」則王老師的年齡是\_\_\_\_\_歲。

<解析>

假設王老師的年齡的個位數為  $x$ ，十位數為  $y$

$$10y+x=\frac{10x+y}{3}+15, 30y+3x=10x+y+45$$

$$\therefore -7x+29y=45, \text{當 } y=3 \text{ 代入}$$

$$-7x+29 \times 3=45, x=6$$

$$\text{故現年}=3 \times 10+6=36$$

7. 設  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$  均為自然數，且  $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_6 < x_7$ ，又  $x_1+x_2+x_3+\dots+x_6+x_7=159$ ，則  $x_1+x_2+x_3+x_4$  的最大值是\_\_\_\_\_。

<解析>

$\therefore x_1+x_2+x_3+x_4$  要最大值  $\rightarrow x_5+x_6+x_7$  要最小值

$$\text{令 } x_7=a, x_6=a-1, x_5=a-2, x_4=a-3, x_3=a-4, x_2=a-5, x_1=a-k$$

$$\therefore a+(a-1)+(a-2)+(a-3)+(a-4)+(a-5)+(a-k)=159$$

$$\therefore 7a-15-k=159, 7a=174+k$$

$$\text{當 } a=26, k=8$$

$$\therefore x_1+x_2+x_3+x_4=(26-8)+(26-5)+(26-4)+(26-3)=18+21+22+23=84$$

8. The last digit of  $1^2+2^3+3^4+4^5+\dots+2021^{2022}+2022^{2023}$  is \_\_\_\_\_

<解析>

觀察尾數變化:

1、8、1、4、5、6、1、8、1、0、1、2、9、4、5、6、9、2、1、0(每 20 個數循環，和的尾數=4)

$$2022 \div 20 = 101 \dots 2$$

最後兩個:  $2021^{2022}$  個位數=1,  $2022^{2023}$  個位數=8

$$\therefore 4 \times 101 + 1 + 8 = 413 \rightarrow \text{尾數是 } 3$$

### 三、計算題(每題 10 分，共 20 分) ※未寫出計算過程不予計分

1. 如右圖， $A, B, C, D$  為森林公園的四個頂點，小泐和安妮相約從  $P$  點同時出發繞著公園散步，小泐依順時針方向每分鐘走 5 個單位長，安妮依逆時針方向每分鐘走 3 個單位長，請問兩人出發後，第一次相遇的坐標為何?

<解析>

$$ABCD \text{ 的周長}=(8+4) \times 2=24$$

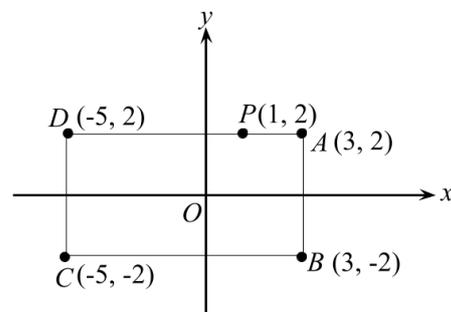
$$24 \div (5+3)=3$$

安妮走  $3 \times 3=9$  單位長，安妮從  $P$  走到  $D$

$$\overline{DP}=1-(-5)=6$$

再從  $D$  向下 3 單位

到  $(-5, 2-3)=(-5, -1)$  相遇



2. 已知不等式 $(2a-b)x+3a-4b<0$ 的解是 $x>\frac{9}{4}$ ，解出關於 $x$ 的不等式 $(a-4b)x+2a-3b>0$ 。

<解析>

$$\textcircled{1} x > \frac{9}{4} \rightarrow 4x > 9, 4x - 9 > 0, -4x + 9 < 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (2a-b)x+3a-4b < 0 \\ -4x+9 < 0 \end{array} \right\} \text{同義, 且 } 2a-b < 0 (2a < b)$$

$$\frac{2a-b}{-4} = \frac{3a-4b}{9}, 18a-9b = -12a+16b$$

$$\therefore 30a = 25b, 6a = 5b, a : b = 5 : 6 \text{ (或 } a = \frac{5}{6}b)$$

$$\text{又 } 2a < b \rightarrow a < 0, b < 0$$

$$\textcircled{2} a-4b = \frac{5}{6}b-4b = -\frac{19}{6}b > 0$$

$$(a-4b)x + (2a-3b) > 0$$

$$(a-4b)x > -(2a-3b)$$

$$x > \frac{-(2a-3b)}{(a-4b)} = \frac{-(2 \times 5 - 3 \times 6)}{(5 - 4 \times 6)} = -\frac{8}{19}$$

$$\therefore x > -\frac{8}{19}$$