

第十九屆  國際數學競賽台灣區複賽  
Nineteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

國  
小  
六  
年  
級  
試  
卷

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分  
《考試時間尚未開始請勿翻閱》

考生姓名：\_\_\_\_\_ 准考證號碼：\_\_\_\_\_ 試題總分：\_\_\_\_\_

◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！  
◎計算題需要在試題空白處列出運算過程，只寫答案沒有運算過程不計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	C	D	送分	A	C
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	15	1200	90	774	80	408	119	27

### 一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

1. 一件工程，甲獨做每天可以完成全部工程的  $\frac{1}{6}$ ，乙獨做每天可以完成全部工程的  $\frac{1}{12}$ ，若甲先做 2 天，剩下由乙獨做完成，則乙需要幾天? (A)6 (B)8 (C)10 (D)12

<解析>

$$\frac{1}{6} \times 2 = \frac{2}{6}, 1 - \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{4}{6} \div \frac{1}{12} = \frac{4}{6} \times 12 = 8, \text{乙需要 8 天}$$

選 B。

2. 三個相同的玻璃杯裡都裝滿一些糖水，糖和水的質量比分別是 1：9、1：19、3：47，現在將三杯糖水混合，則此時糖水的濃度為\_\_\_\_%。(A)7 (B)8 (C)9 (D)10

<解析>

$$\text{第 1 杯濃度} = \frac{1}{1+9} = \frac{1}{10}, \text{第 2 杯濃度} = \frac{1}{1+19} = \frac{1}{20}, \text{第 3 杯濃度} = \frac{3}{3+47} = \frac{3}{50}$$

且三杯糖水質量相同，假設都是 100cc

$$\frac{100 \times \frac{1}{10} + 100 \times \frac{1}{20} + 100 \times \frac{3}{50}}{100 \times 3} = \frac{10+5+6}{300} = \frac{7}{100} = 7\%, \text{選 A。}$$

3. 已知公車 601 每 12 分鐘發出一班車，公車 602 每 15 分鐘發出一班車，公車 603 每 18 分鐘發出一班車，今天從總站早上 5：40 同時發出第一班，則下次同時發車是早上幾時幾分? (A)6：40 (B)7：40 (C)8：40 (D)9：40

<解析>

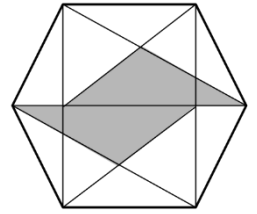
$$[12, 15, 18] = 180$$

$$180 \text{ 分} = 3 \text{ 小時}$$

$$5 \text{ 時 } 40 \text{ 分} + 3 \text{ 時} = 8 \text{ 時 } 40 \text{ 分}$$

選 C。

4. Divide (分割) the square hexagon (正六邊形) of the area is 120 as shown in the figure. What is the area of the shaded part (陰影部分)? (A)32 (B)34 (C)36 (D)38

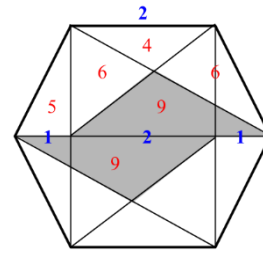


<解析>

$$120 \div 2 \div (5+6+4+9+6) = 2$$

$$2 \times (9+9) = 36$$

選 C。



5. 司齊每天工資 800 元，星期日薪水加倍，如果她工作 8 天，共得工資 7200 元，他不可能在哪一天開始工作? (A)星期四 (B)星期五 (C)星期六 (D)星期日

<解析>

$$7200 \div 800 = 9$$

實際工作為 8 天，其中 1 天是星期日。

故不可能在星期日開始工作，選 D。

6. There are  $a$  factors of 2023, the sum of all factors is  $b$ , and the sum of reciprocals (倒數) of all factors is  $c$ , then  $\frac{b}{ac+c} = ?$  (A)286 (B)287 (C)288 (D)289

<解析>

2023 的因數有: 1、7、17、119、289、2023

$$\text{有 6 個因數, } 1+7+17+119+289+2023=2456, \frac{1}{1} + \frac{1}{7} + \frac{1}{17} + \frac{1}{119} + \frac{1}{289} + \frac{1}{2023} = \frac{2023+289+119+17+7+1}{2023} = \frac{2456}{2023}$$

$$a=6, b=2456, c=\frac{2456}{2023}$$

$$\frac{b}{ac+c} = \frac{2456}{6 \times \frac{2456}{2023} + \frac{2456}{2023}} = \frac{1}{6 \times \frac{1}{2023} + \frac{1}{2023}} = \frac{1}{\frac{7}{2023}} = \frac{2023}{7} = 289, \text{ 選 D。 (送分)}$$

7. 郁軒出 42 元，宇誌出 30 元合買 36 張遊戲卡，依照出資的金額比例分配卡片，則郁軒得幾張卡片? (A)21 (B)15 (C)24 (D)12

<解析>

$$42:30=7:5$$

$$36 \div (7+5) \times 7 = 21$$

選 A。

8. 計算:  $9 \times \left(1 + \frac{1}{1 \times 3}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2 \times 4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3 \times 5}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{7 \times 9}\right) = ?$  (A)14 (B)15 (C)16 (D)17

<解析>

$$9 \times \frac{4}{3} \times \frac{9}{8} \times \frac{16}{15} \times \frac{25}{24} \times \frac{36}{35} \times \frac{49}{48} \times \frac{64}{63} = 9 \times \frac{2 \times 2}{1 \times 3} \times \frac{3 \times 3}{2 \times 4} \times \frac{4 \times 4}{3 \times 5} \times \frac{5 \times 5}{4 \times 6} \times \frac{6 \times 6}{5 \times 7} \times \frac{7 \times 7}{6 \times 8} \times \frac{8 \times 8}{7 \times 9} = 9 \times \frac{2 \times 8}{9} = 16, \text{ 選 C。}$$

## 二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. 班上共有 50 人，在某次抽考中，英語及格的有 28 人，數學及格的有 30 人，兩科不及格的有 5 人，則英語及格但數學不及格的有\_\_\_\_\_人。

<解析>

$$50-5=45$$

$$28+30-45=13$$

$$28-13=15$$

2. 一輛自行車前輪的周長為  $1\frac{1}{3}$  公尺，後輪的周長為  $1\frac{1}{2}$  公尺，當前輪比後輪多轉 100 圈時，自行車行走\_\_\_\_\_公尺。

<解析>

$$\text{輪子周長比} = 1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2} = \frac{4}{3} : \frac{3}{2} = 8:9$$

距離固定，圈數與周長成反比

$$\text{圈數比} = 9:8 \rightarrow 100 \div (9-8) = 100$$

故前輪=900 圈

$$1\frac{1}{3} \times 900 = 1200(\text{公尺})$$

3. 四個好朋友的年齡都不相同，而且每個人都恰好相差一歲，今年他們年齡相乘的乘積是 255024，問他們四人的年齡的和是\_\_\_\_\_歲。

<解析>

$$255024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 11 \times 23 = 21 \times 22 \times 23 \times 24$$

$$21 + 22 + 23 + 24 = 90$$

4. Nine small squares (正方形) with side length (邊長) is 20 are put together to form (拼成) a large square grid(方格). What is the sum area of the two shaded part in the figure? ( $\pi \doteq 3.14$ )

<解析>

畫輔助線，將①移到②的空白處，剛好補足。

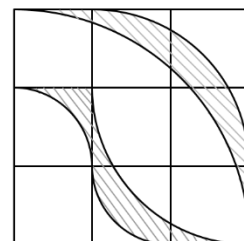
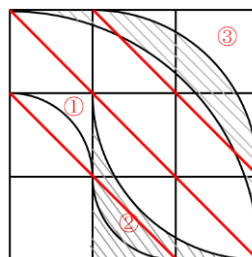
再將補足的②到③的空白處，剛好補足。

完整正方形減去  $\frac{1}{4}$  的扇形

$$(1) 20 \times 3 = 60, 60 \times 60 = 3600$$

$$(2) 60 \times 60 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 2826$$

$$3600 - 2826 = 774$$



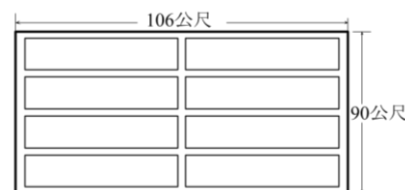
5. 如右圖，有一塊長方形農地，長 106 公尺，寬 90 公尺，在其周圍及內部闢建寬度都是 2 公尺的小路，將農地畫分為八塊面積均相等，這八塊的面積是\_\_\_\_\_公畝。(1 公畝=100 平方公尺)

<解析>

$$106 - 2 \times 3 = 100$$

$$90 - 2 \times 5 = 80$$

$$\text{面積} = 100 \times 80 = 8000 \text{ 平方公尺} = 80 \text{ 公畝}$$



6. It is known that  $\frac{10}{2023} = \frac{1}{\text{○○○}} - \frac{1}{\text{○○○}}$ , then the sum of the two three-digit numbers filled in the circle = \_\_\_\_\_.

<解析>

$$\frac{10}{2023} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} \rightarrow b-a=10, ab=2023$$

2023 的因數有 1、7、17、119、289、2023，且  $b-a=10$

則  $b=17, a=7$

$$\frac{17}{2023} - \frac{7}{2023} = \frac{1}{119} - \frac{1}{289} \rightarrow 289+119=408$$

7. 定義: 如果  $a : b = b : c$ ，那麼  $b$  稱為  $ac$  的比例中項。如  $1 : 2 = 2 : 4$ ，則 2 是 1 和 4 的比例中項，那麼 7 與 2023 的比例中項為\_\_\_\_\_。

<解析>

$$7 : \square = \square : 2023$$

$$\square \times \square = 2023 \times 7 = 17 \times 7 \times 17 \times 7 \times 7$$

$$\square = 17 \times 7 = 119$$

8. 100 個人排成一圈，從小明開始順時針報數 1、2、3、1、2、3、.....，每次報到奇數的同學退出，最後剩下一名同學，那麼這名同學開始與小明之間(較近的一側)有\_\_\_\_\_人。

<解析>

$$100 \div 3 = 33$$

2、5、8、11、14、17、20、23、26、29、32、35、38、41、44、47、50、53、56、59、62、65、68、71、74、77、80、83、86、89、92、95、98

$$33 \div 3 = 11$$

2、11、20、29、38、47、56、65、74、83、92

$$11 \div 3 = 3$$

2、29、56、83 → 最後一位是 29

$$29 - 1 - 1 = 27$$

### 三、計算題(每題 10 分，共 20 分) ※未寫出計算過程不予計分

1. 如圖，一圓桌周圍有 20 個箱子，依順時針方向編號 1~20，語婷在 1 號箱子中丟入一顆紅球後，沿著圓桌依順時針方向行走，每經過一個箱子就依下列規則丟入一顆球：

①若前一個箱子丟紅球，經過的箱子就丟綠球；

②若前一個箱子丟綠球，經過的箱子就丟白球；

③若前一個箱子丟白球，經過的箱子就丟紅球；

已知她沿著圓桌走了 100 圈，求 4 號箱內有幾顆紅球？

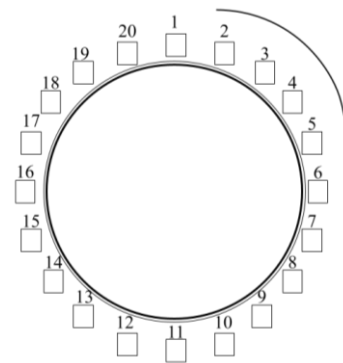
<解析>

考慮第 4 號箱子

圈數	1	2	3	4	5	6	....	....	99	100
顏色	紅	白	綠	紅	白	綠			綠	紅

每 3 個一循環， $100 \div 3 = 33 \dots 1$

紅球 =  $33 + 1 = 34$  顆



2. 如圖，甲從  $A$  向東出發，乙從  $B$  向西同時出發，10 分鐘後，丙從  $B$  地向西出發，甲、乙兩人 20 分鐘後相遇，已知甲的速度為每分鐘 40 公尺，乙的速度為每分鐘 50 公尺，丙的速度為每分鐘 60 公尺，那麼甲、乙相遇後，再過幾分鐘，甲與丙相遇？

<解析>

$$(40+50)\times 20=1800$$

$$(1800-40\times 10)\div(40+60)=14$$

$$10+14-20=4$$



<另解>

$$\overline{AB}\text{的距離}=(40+50)\times 20=1800$$

$$\text{甲 } 20 \text{ 分鐘走 } 40\times 20=800$$

$$\text{丙 } 10 \text{ 分鐘走 } 60\times 10=600$$

$$(1800-800-600)\div(60+40)=400\div 100=4$$