

第十九屆  國際數學競賽台灣區複賽
Nineteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

國
小
五
年
級
試
卷

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分
《考試時間尚未開始請勿翻閱》

考生姓名：_____ 准考證號碼：_____ 試題總分：_____

◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！
◎計算題需要在試題空白處列出運算過程，只寫答案沒有運算過程不計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	B	C	C	D	A	D
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	86	17	560	9	甲= 2 或 3 (3分, 5分)	120	72	11 時 20 分

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

1. 甲、乙、丙三名工人一起完成一批零件的加工任務，甲比乙多加工 20 個，丙比乙的 3 倍少 36 個，且丙比甲少 14 個，那麼這批零件共有_____個。(A)87 (B)88 (C)89 (D)90

<解析>

假設乙加工□個

$$\square \times 3 - 36 = \square + 20 - 14$$

$$\square \times 2 = 42$$

$$\square = 21$$

$$\text{甲} = 21 + 20 = 41, \text{丙} = 21 \times 3 - 36 = 27$$

$$\text{共 } 41 + 21 + 27 = 89, \text{選 C。}$$

2. 芷芸計算 $14 + 19 + 24 + 29 + \dots + 64$ 的和，不小心少算一個數字，得到答案是 370，請問他少算哪個數字?(A)49 (B)59 (C)44 (D)55

<解析>

$$(64 - 14) \div 5 + 1 = 11$$

$$(14 + 64) \times 11 \div 2 = 429$$

$$429 - 370 = 59, \text{選 B}$$

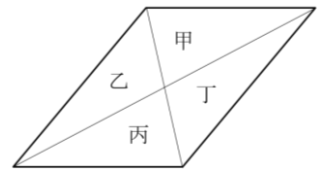
3. 小明用一個正整數去除 356 時，由於他疏忽，把 356 看成了 653，結果商增加了 9，餘數仍相同，那麼這個正整數為_____。(A)31 (B)33 (C)35 (D)37

<解析>

$$(653 - 356) \div 9 = 33$$

選 B

4. 平行四邊形的對角線將分成甲、乙、丙、丁四個三角形，甲和丙的面積合起來是 36 平方公分，求平行四邊形的面積是多少平方公分? (A)54 (B)63 (C)72 (D)81

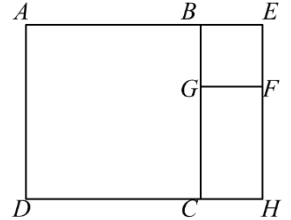


<解析>

$$\text{甲} + \text{乙} + \text{丙} + \text{丁} = (\text{甲} + \text{丙}) \times 2 = 36 \times 2 = 72$$

選 C。

5. As shown in the figure, a square (正方形) $BEFG$ and a rectangle (長方形) $GFHC$ are placed on one side of a square $ABCD$ with the area (面積) 100 cm^2 . Find the perimeter (周長) of rectangle $GFHC$. (A)16 (B)18 (C)20 (D)24



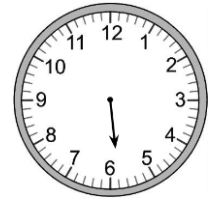
<解析>

$$\overline{AB} \times \overline{BC} = 100, \overline{AB} = \overline{BC} = 10$$

$$\overline{BC} = \overline{BG} + \overline{GC}, \overline{BG} = \overline{GF}$$

$$\therefore \text{長方形 } GFHC \text{ 的周長} = (\overline{GF} + \overline{GC}) \times 2 = (\overline{BG} + \overline{GC}) \times 2 = 10 \times 2 = 20, \text{ 選 C。}$$

6. 右圖是一個掉了分針的時鐘，時針所指示的大約時間是 (A)5 時 45 分 (B)5 時 50 分 (C)5 時 30 分 (D)5 時 48 分



<解析>

$$60 \times \frac{4}{5} = 48$$

\therefore 正確時間為 5 時 48 分，選 D。

7. There are 100 parallel small squares. It is known that the first number is 2, the second number is 3, and the sum of the numbers of every three consecutive (連續) small squares is 10, then the number of the 100th small square is _____. (A)2 (B)3 (C)4 (D)5

<解析>

$$10 - 2 - 3 = 5$$

依序為 2、3、5、2、3、5、2、3、.....

$$100 \div 3 = 33 \dots 1$$

第 100 個小方格的數字是 2，選 A。

8. 阿凱存了許多 5 元和 10 元的硬幣，其中 10 元的硬幣比 5 元硬幣多 1 個，則下面哪一款項可能是阿凱全部的幣值? (A)155 元 (B)225 元 (C)248 元 (D)250 元

<解析>

$$155 \div (5+10) = 10 \dots 5 (\text{不合})$$

$$225 \div (5+10) = 15 \dots 0 (\text{不合})$$

$$248 \div (5+10) = 16 \dots 8 (\text{不合})$$

$$250 \div (5+10) = 16 \dots 10 (\text{合理})$$

選 D。

二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. When a two-digit number is divided (被除) by 3, the remainder (餘數) is 2, when divided by 5, the remainder is 1, then the maximum two-digit number is _____.

<解析>

被 3 除，餘 2 → 2, 5, 8, 11,.....

被 5 除，餘 1 → 1, 6, 11,.....

[3, 5]=15

11, 26, 41, 56, 71, 86, 101 → 最大數=86

2. 公司舉行大減價，襪子每雙售價 15 元，買三雙送一雙，爸爸買襪子用去 195 元，他共買到襪子_____雙。

<解析>

$$195 \div 15 = 13$$

$$13 \div 3 = 4 \dots 1$$

$$13 + 4 = 17 \text{ (雙)}$$

<另解>

三雙的錢 = $15 \times 3 = 45$ ，得 4 雙

$$195 \div 45 = 4 \dots 15$$

$$4 \times 4 + 1 = 17 \text{ (雙)}$$

3. 計算: $1 \times 14 + 2 \times 13 + 3 \times 12 + \dots + 14 \times 1 =$ _____。

<解析>

$$1 \times 14 + 2 \times 13 + 3 \times 12 + 4 \times 11 + 5 \times 10 + 6 \times 9 + 7 \times 8 + 8 \times 7 + 9 \times 6 + 10 \times 5 + 11 \times 4 + 12 \times 3 + 13 \times 2 + 14 \times 1$$

$$= 2 \times (7 + 13 + 18 + 22 + 25 + 27 + 28 + 28 + 27 + 25 + 22 + 18 + 13 + 7)$$

$$= 4 \times (7 + 13 + 18 + 22 + 25 + 27 + 28) = 4 \times 140 = 560$$

4. 一片草地有一些草，每天草均勻生長。這片牧草可供 20 頭牛吃 30 天，也可供 31 頭牛吃 15 天，那麼這片草地每天生長的草量可供 1 頭牛吃_____天。(假設每頭牛一天吃的草同量)

<解析>

每天草固定生長 a，每頭牛 1 天吃 b，一開始的草地為 c

$$ax + 30c = bx \times 20 \times 30$$

$$ax + 15c = bx \times 31 \times 15$$

$$15a = 135b$$

$a = 9b$ ，每天草生長可供 1 頭牛吃 9 天

5. 若 $\frac{4}{18} < \frac{\text{甲}}{6} < \frac{23}{36}$ ，甲是整數，則甲可能是_____。

<解析>

$$\frac{4}{18} < \frac{\text{甲}}{6} < \frac{23}{36} \rightarrow \frac{8}{36} < \frac{\square}{36} < \frac{23}{36}$$
， \square 是介於 8~23 之間，且是 6 的倍數

$$\square = 6 \times 2 = 12 \text{ 或 } \square = 6 \times 3 = 18$$

$$\therefore \frac{12}{36} = \frac{2}{6} \text{ 或 } \frac{18}{36} = \frac{3}{6}$$
，甲 = 2 或 3 (3 分，5 分)

6. 一個正整數分解質因數的形式為 $2 \times 2 \times 2 \times p \times q$ (p, q 是質數)，它的 3 倍等於它的所有因數之和，那麼這個正整數是_____。

<解析>

當 $p \times q = 15$

$$8 \times 15 = 120, 120 = 1 \times 120 = 2 \times 60 = 3 \times 40 = 4 \times 30 = 5 \times 24 = 6 \times 20 = 8 \times 15 = 10 \times 12$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10 + 12 + 15 + 20 + 24 + 30 + 40 + 60 + 120 = 360 = 120 \times 3$$

此自然數 = 120

<另解>

$$\text{因數和} = (1+2+4+8)(1+p)(1+q) = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times p \times q$$

$$15(1+p)(1+q) = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times p \times q$$

$$5(1+p)(1+q) = 2 \times 2 \times 2 \times p \times q \rightarrow p = 5$$

$$5(1+5)(1+q) = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times q$$

$$6(1+q) = 8 \times q \rightarrow q = 3$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 = 120$$

7. Three squares are arranged as shown in the figure, the area of square $ABCD$ is 40 cm^2 , the area of square $DHIJ$ is 10 cm^2 , \overline{AE} passes through point H and \overline{EF} passes through point J . The area of square $AEFG$ is _____ cm^2 .

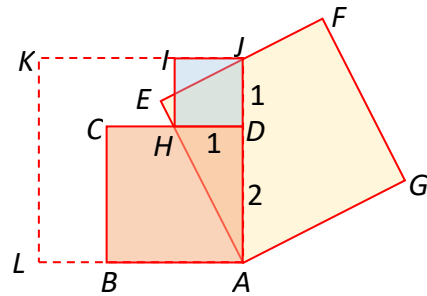
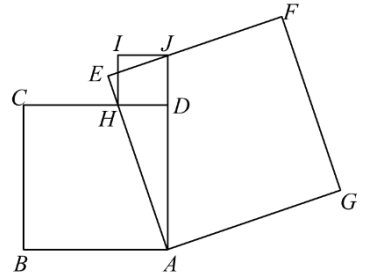
<解析>

如圖，以 AJ 為邊作正方形 $ALKJ$ 。 $\overline{JD}^2 : \overline{AD}^2 = 10 : 40 = 1 : 4$ ，正方形 $ALKJ$ 的面積為 $10 \div 1 \times (1+2)^2 = 90$ 平方公分。

$\overline{AH}^2 = 1+4=5$ ， $\triangle AHD$ 的面積放大 $(1+2)^2 \div 5 = 1.8$ 倍，得到 $\triangle AJE$ ，從而

$$\overline{AE}^2 = 4 \times 1.8 = 7.2。$$

正方形 $ALKJ$ 與正方形 $AEFG$ 的面積比為 $(1+2)^2 : 7.2 = 5 : 4$ 。正方形 $AEFG$ 面積的實際量為 $90 \div 5 \times 4 = 72$ 平方公分。



8. 小明爸爸駕駛汽車的平均速度為 121 公里/時，而小明爸爸的手錶比標準時間每 2 小時慢 1 分鐘。小明爸爸的手錶 8 點 21 分 30 秒開始計時，汽車里程表顯示行駛 363 公里的時候，小明爸爸的手錶顯示的時刻為_____時_____分。

<解析>

$$363 \div 121 = 3, 180 : \square = 120 : 60$$

$$120 \times \square = 180 \times 60$$

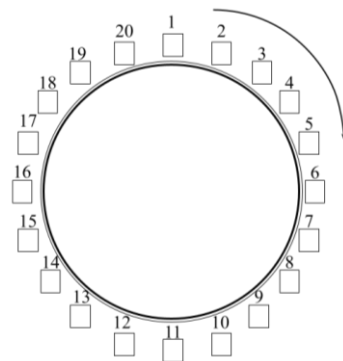
$$\square = 90 \text{ 秒}, 8 \text{ 時 } 21 \text{ 分 } 30 \text{ 秒} + 3 \text{ 時 } - 90 \text{ 秒} = 11 \text{ 時 } 20 \text{ 分}$$

三、計算題(每題 10 分，共 20 分) ※未寫出計算過程不予計分

1. 如圖，一圓桌周圍有 20 個箱子，依順時針方向編號 1~20，語婷在 1 號箱子中丟入一顆紅球後，沿著圓桌依順時針方向行走，每經過一個箱子就依下列規則丟入一顆球：

- ①若前一個箱子丟紅球，經過的箱子就丟綠球；
- ②若前一個箱子丟綠球，經過的箱子就丟白球；
- ③若前一個箱子丟白球，經過的箱子就丟紅球；

已知她沿著圓桌走了 100 圈，求 4 號箱內有幾顆紅球？



<解析>

考慮第 4 號箱子

圈數	1	2	3	4	5	6	99	100
顏色	紅	白	綠	紅	白	綠			綠	紅

每 3 個一循環， $100 \div 3 = 33 \dots 1$

紅球 = $33 + 1 = 34$ 顆

2. 老師寫了一個四位數，讓甲、乙、丙、丁、戊五位學生看了一下。

甲說：「這個數是 9 的倍數」；

乙說：「這個數是 11 的倍數」；

丙說：「這個數的數字和為 17」；

丁說：「這個數是平方數」；

戊說：「這個數有 9 個因數」；

老師發現這五位學生只有一個同學沒有看清而說錯了。

那麼這個四位數是_____。

<解析>

$A+B+C+D=9、18、27、36$

$A+C=B+D \rightarrow A+B+C+D=2 \times (A+C)$ 必為偶數， $A+B+C+D=18、36$

故這個數的和至少為 18 \rightarrow 丙說錯

因為是平方數： $9 \times 11 \times 11 = 1089$

1089 的因數 1、3、9、11、33、99、121、363、1089，有 9 個

此四位數 = 1089