



2018 第十五屆IMC國際數學競賽 台灣區初賽

2018 Fifteenth International Mathematics Primary Contest(Taiwan)

國中三年級組

請將答案寫在答案卷上

一、選擇題 (每題 10 分，共 250 分)

- (B) 1. 右圖為一示意圖，小東想知道燈塔高度 \overline{AB} 。他選定恰當的時間，在 D 點垂直豎立標竿 \overline{CD} ，竿影 \overline{DE} 為 3 公尺，而且 B、D、E 在同一條直線上。同時，沿著 \overline{DE} 方向上，小慧在 G 點也豎立同高的標竿 \overline{FG} ，其影長 \overline{GH} 為 6 公尺。若已知 \overline{DG} 為 17 公尺，求 $\overline{AB}=?$ (A) 8 公尺 (B) 10 公尺 (C) 12 公尺 (D) 14 公尺。

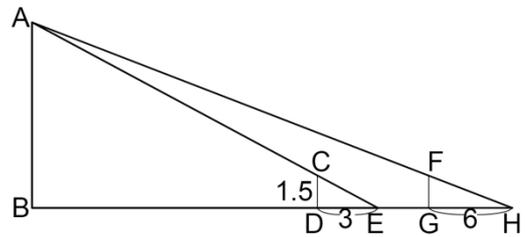
解析：

(1) 令 $\overline{AB}=x$ 公尺， $\overline{BD}=y$ 公尺， $\overline{FG}=\overline{CD}=1.5$

(2) $\overline{CD} \parallel \overline{AB} \rightarrow \frac{1.5}{x} = \frac{3}{y+3} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{y+3} \dots\dots \textcircled{1}$

$\overline{FG} \parallel \overline{AB} \rightarrow \frac{1.5}{x} = \frac{6}{23+y} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{4}{23+y} \dots\dots \textcircled{2}$

由 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ 得知 $x=10$ ， $y=17$ ，選(B)。



- (A) 2. 如右圖，兩直角 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 中，若 $\overline{AB}=10$ ， $\overline{AE}=\sqrt{61}$ ， $\overline{BD}=\sqrt{68}$ ，則 $\overline{DE}=?$ (A) $\sqrt{29}$ (B) 5 (C) $\sqrt{21}$ (D) 4

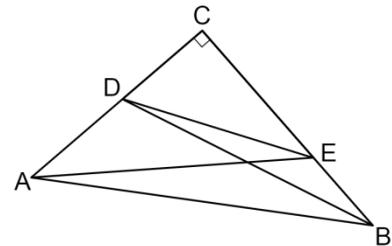
解析：

$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{DE}^2 = (\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2) + (\overline{CD}^2 + \overline{CE}^2)$

又 $\overline{AE}^2 + \overline{BD}^2 = (\overline{AC}^2 + \overline{CE}^2) + (\overline{CD}^2 + \overline{BC}^2)$
 $= \overline{AB}^2 + \overline{DE}^2$

$\therefore 10^2 + \overline{DE}^2 = (\sqrt{61})^2 + (\sqrt{68})^2$

$\therefore \overline{DE}^2 = 61 + 68 - 100 = 29$ ， $\overline{DE} = \sqrt{29}$ ，選(A)。



- (C) 3. 某國中舉辦一年一度的全校園遊會，預計為 x 個攤位搭設遮陽棚架，並且搭建一座表演舞台，所需經費共 14000 元，由於有 6 個攤位屬於公益性質，校方法議他們不需分攤費用，因此其他攤位須比原本多分攤 30 元，則此園遊會共有多少攤位? (A) 112 (B) 28 (C) 56 (D) 75

解析：

假設園遊會有 x 個攤位

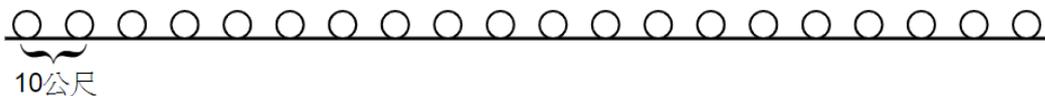
$$\frac{14000}{x} + 30 = \frac{14000}{x-6}$$

$$30(x^2 - 6x) + 14000(x-6) = 14000x$$

$$3x^2 - 18x - 8400 = 0, (x-56)(x+50) = 0$$

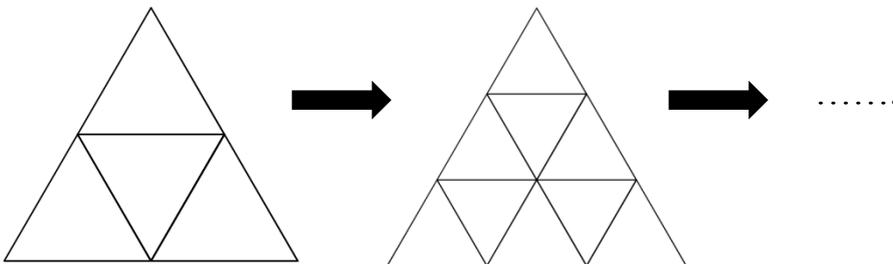
$x = 56$ 或 -50 (不合)，選 C。

- (A) 4. 一個農夫看到有 20 袋米排在一直線上，相鄰兩袋米之間的距離是 10 公尺，他決定先把這些米都搬到第一袋米的位置，再回來搬，他一次只能搬一袋米，把 20 袋米都搬到第一袋米的位置共走了多少公尺？(A)3800 (B)4000 (C)1900 (D)2000



解析： $0 + 2 \times 10 + 2 \times 20 + 2 \times 30 + \dots + 2 \times 190$
 $= 2 \times (10 + 20 + 30 + \dots + 190) = 2 \times \frac{19 \times (10 + 190)}{2} = 19 \times 200 = 3800$ 公尺，選 A。

- (D) 5. 有一些大小相同的正三角形紙片，如果取 4 張可以拼成小正三角形的 2 倍放大圖；取 9 張可以拼成小正方形的 3 倍放大圖，如圖所示，則取用下列哪一種張數也可以拼成小正三角形的放大圖？(A)27 張 (B)48 張 (C)72 張 (D)81 張



解析：

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

....

$81 = 9^2$ ，選 D。

(B)6. 已知有正 a 邊形、正 b 邊形、正 c 邊形三個正多邊形，且其每一個內角為 x° 、 y° 、 z° ，若 $x^\circ + y^\circ + z^\circ = 315^\circ$ ，則 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 之值為何？

- (A) $\frac{4}{7}$ (B) $\frac{5}{8}$ (C) $\frac{7}{9}$ (D) $\frac{7}{12}$

解析：每一個外角為 $180^\circ - x^\circ = (\frac{360}{a})^\circ$ ， $180^\circ - y^\circ = (\frac{360}{b})^\circ$ ， $180^\circ - z^\circ = (\frac{360}{c})^\circ$

→ $540^\circ - (x^\circ + y^\circ + z^\circ) = 360^\circ \times (\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c})$

→ $225^\circ = 360^\circ \times (\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c})$

→ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{5}{8}$ ，選 B。

(A)7. 如右圖，正方形 ABCD 中，以 B、C 為圓心， \overline{BC} 為半徑畫兩個 $\frac{1}{4}$ 的圓弧，已知 $\overline{AB} = 6$ ，則塗色部分的周長為何？(A) $6 + 2\pi$ (B) $6 + 3\pi$ (C) $6 + 4\pi$ (D) $6 + 5\pi$

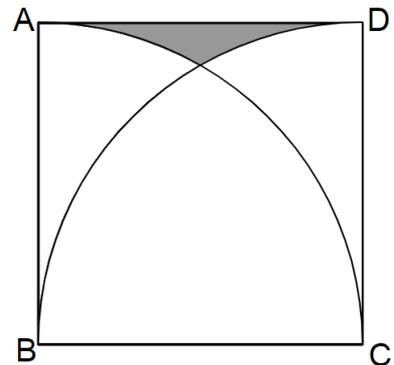
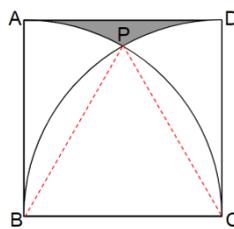
解析：

如圖，連 \overline{PB} 、 \overline{PC}

$\triangle PBC$ 為正三角形

$\angle PBC = 60^\circ$ ， $\angle PBA = 30^\circ$

∴ 周長 = $6 + \frac{30^\circ}{360^\circ} \times (2 \times 6 \times \pi) \times 2 = 6 + 2\pi$



(C)8. 如圖，小美、小莉、小曼三人在五邊形 ABCDE 公園散步，其中三人行進路線分別為：

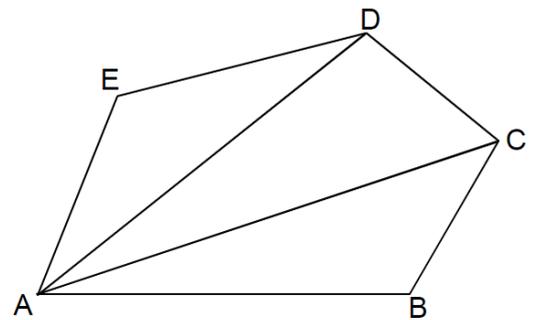
小美由 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$

小莉由 $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$

小曼由 $A \rightarrow D \rightarrow E$

請問，這三人轉的角度和哪一個最小？

- (A) 小美 (B) 小莉 (C) 小曼 (D) 三人一樣多



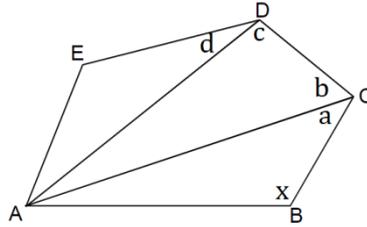
解析：

小美轉 $180-x+180-a-b+180-c-d$

小莉轉 $180-b+180-c-d$

小曼轉 $180-d$

∴小曼轉的角度最小。

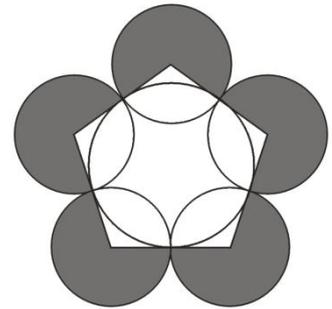


(C) 9. 小英利用閒暇時間，用直尺、圓規設計了一個簡單的圖案如圖，五個小圓皆不重疊且緊靠在一起，若 5 個小圓半徑皆為 4 公分，則灰色部分面積是多少平方公分？(A) 40π (B) 48π (C) 56π (D) 64π

解析：

一個  面積 = $\frac{360^\circ - 108^\circ}{360^\circ}$ 個圓面積

所有灰色部分面積 = $\frac{252^\circ}{360^\circ} \times 5 \times 4 \times 4 \times \pi = 56\pi$



(B) 10. 如圖，直角梯形 ABCD 中， $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CD} = 10$ 。若 $\overline{CM} \perp \overline{AD}$ 於 M，則 $\overline{CM} = ?$ (A) 8 (B) $4\sqrt{5}$ (C) 10 (D) $2\sqrt{26}$

解析：

連接 \overline{AC}

∵ $\angle B = 90^\circ$ ∴ $\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

梯形 ABCD = $\frac{1}{2} \times (6+10) \times 8 = 64$

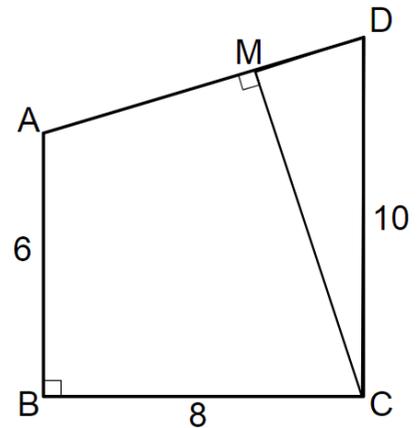
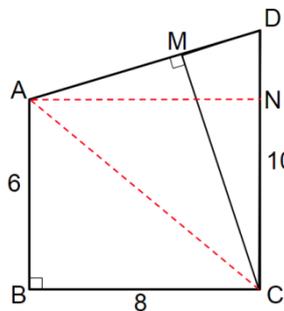
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

∴ $\triangle ACD = 64 - 24 = 40$

作 $\overline{AN} \perp \overline{CD}$ 於 N，∴ $\overline{DN} = 10 - 6 = 4$ ， $\overline{AN} = \overline{BC} = 8$

∴ $\overline{AD} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ ， $\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times \overline{CM} = 40$

∴ $\overline{CM} = \frac{40}{2\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}$ ，選(B)。

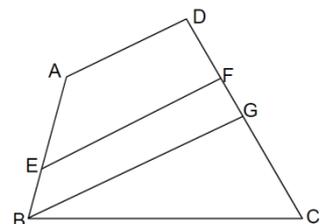


(A) 11. 如右圖，四邊形 ABCD 中， $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BG}$ ， $\overline{DF} : \overline{FG} : \overline{GC} = 3 : 2 : 5$ ， $\overline{BE} : \overline{FG} = 4 : 3$ ，則 $\overline{AB} : \overline{CD} = ?$ (A) 2:3 (B) 3:4 (C) 4:5 (D) 5:6

解析：

令 $\overline{FG} = 6k$ ，則 $\overline{DF} = 9k$ ， $\overline{GC} = 15k$ ， $\overline{BE} = 8k$

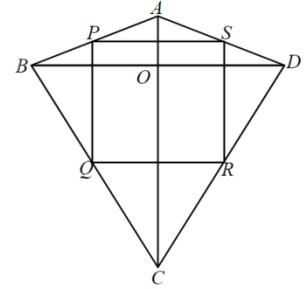
又 $\overline{AE} : \overline{BE} = \overline{DF} : \overline{FG}$ ∴ $\overline{AE} : 8k = 9k : 6k \rightarrow \overline{AE} = 12k$



故 $\overline{AB}:\overline{CD} = (\overline{AE} + \overline{BE}) : (\overline{DF} + \overline{FG} + \overline{GC}) = (12k + 8k) : (9k + 6k + 15k) = 20k : 30k = 2 : 3$

(B) 12. 如右圖，ABCD 為箏形， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{BC} = \overline{CD}$ ，P、Q、R、S 分別為四邊中點， $\overline{AB} = 13$ ， $\overline{CD} = 20$ ， $\overline{BD} = 24$ ，則 PQRS 周長=?

(A)40 (B)45 (C)50 (D)54



解析：

$$\overline{PS} + \overline{QR} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times 2 = \overline{BD}$$

$$\overline{AO} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5, \quad \overline{OC} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$$

$$\overline{PQ} + \overline{SR} = \overline{AC} \quad \therefore \text{PQRS 周長} = \overline{BD} + \overline{AC} = 24 + 21 = 45$$

(B) 13. 如右圖，在坐標平面上，已知 $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 以原點 O 為中心點而放大的相似形。設 $A(-2, a)$ 、 $A'(b, -4)$ 、 $B(-3, 3)$ 、 $B'(6, c)$ ，則 $a+b+c$ 的值為多少?

(A)10 (B)0 (C)12 (D)4

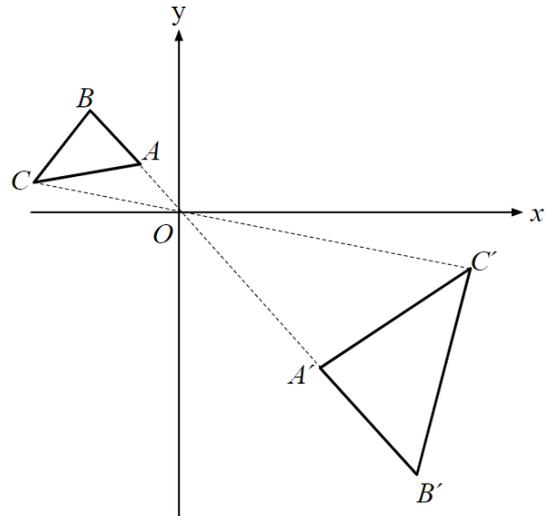
解析：

由 $B(-3, 3)$ 、 $B'(6, c)$ 可知放大 2 倍

$$\rightarrow c = -3 \times 2 = -6$$

$$\therefore a = 4 \div 2 = 2, \quad b = 2 \times 2 = 4$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 4 - 6 = 0, \quad \text{選(B)}。$$



(C) 14. 有一平行四邊形 ABCD 如右圖，若 $\overline{BF}:\overline{FD} = 2:3$ ，則 $\triangle BEF$ 是平行四邊形 ABCD 面積的幾分之幾?(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{5}{15}$ (C) $\frac{2}{15}$ (D) $\frac{1}{15}$

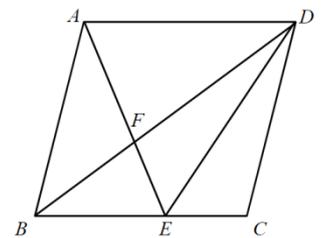
解析：

$$\therefore \overline{BF}:\overline{FD} = 2:3 = \overline{BE}:\overline{AD} \rightarrow \overline{BE}:\overline{CE} = 2:1$$

$$\therefore \triangle BEF = \frac{2}{5} \triangle BDE = \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} \triangle BCD$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} \text{ 平行四邊形 ABCD}$$

$$= \frac{2}{15} \text{ 平行四邊形 ABCD, 選 C。}$$



(C) 15. 如右圖，小芬剪了一個三角形的海報紙 $\triangle EDC$ ，然後再剪去 $\triangle EAB$ ，而剩下的是一個梯形，已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{CD} = 9$ ，若梯形 $ABCD$ 的高為 8，則 $\triangle EAB$ 的面積為多少平方單位？

(A)12 (B)8 (C)6 (D)3

解析：

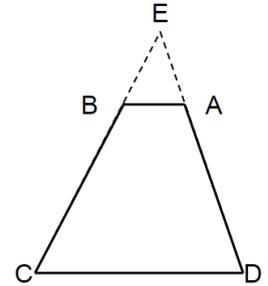
設 $\triangle EAB$ 中， \overline{AB} 上的高為 x

$\therefore \triangle EAB \sim \triangle EDC$ (AA 相似)

$\therefore \overline{AB} : \overline{CD} = x : (x+8)$ ， $3 : 9 = x : (x+8)$

$3x = x+8$ ， $x=4$

$\triangle EAB$ 面積 = $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ 平方單位，選(C)。



(B) 16. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 6\sqrt{5}$ ，且 \overline{CD} 平分 $\angle ACB$ ， $\overline{AD} : \overline{BD} = 2 : 1$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？(A)32 (B)36 (C)38 (D)40

解析：

$\therefore \overline{CD}$ 平分 $\angle ACB$

$\therefore \overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{BD} = 2 : 1$

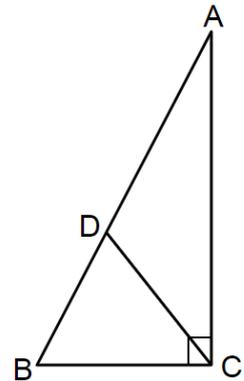
設 $\overline{AC} = 2x$ ， $\overline{BC} = x$

$\therefore \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2$

$\therefore (2x)^2 + x^2 = (6\sqrt{5})^2 \rightarrow x = \pm 6$ (負的不合)

$\overline{AC} = 2 \times 6 = 12$ ， $\overline{BC} = 6$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36$ ，選(B)。



(B) 17. 在一個三角形公園中，如圖，於 $\triangle ABC$ 內部一點 P 的位置走到 A 的距離是 8， P 走到 C 點距離是 6，已知 $\angle APB = \angle APC = 120^\circ$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，求從 P 走到 B 點之距離是？(A) $3\sqrt{3}$ (B) $4\sqrt{3}$ (C) $5\sqrt{3}$ (D) 6

解析：

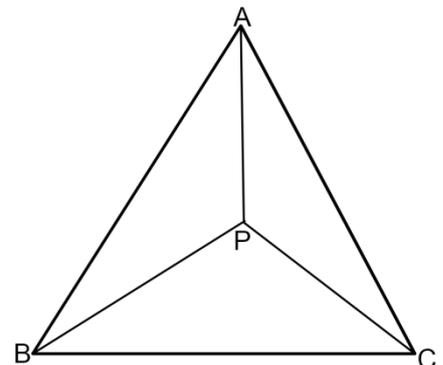
$\angle APB = \angle APC = \angle BPC = 120^\circ$

$\angle PAB = 180^\circ - 120^\circ - \angle PBA = 60^\circ - \angle PBA = \angle PBC$

$\therefore \triangle PAB \sim \triangle PBC$ (AA)

$\therefore \overline{PA} : \overline{PB} = \overline{PB} : \overline{PC}$

$\therefore \overline{PB}^2 = \overline{PA} \times \overline{PC} = 8 \times 6 = 48 \rightarrow \overline{PB} = 4\sqrt{3}$ ，選 B。



(B) 18. 已知 $a-b=5$ ， $\sqrt{16+a}+\sqrt{b}=7$ ，求 $\sqrt{16+a}-\sqrt{b}$ 之值為多少？

(A)2 (B)3 (C)5 (D)7

解析：

$$(\sqrt{16+a}+\sqrt{b})(\sqrt{16+a}-\sqrt{b})=(\sqrt{16+a})^2-(\sqrt{b})^2$$

$$=16+a-b=16+5=21$$

$$\text{又 } \sqrt{16+a}+\sqrt{b}=7, \therefore \sqrt{16+a}-\sqrt{b}=3$$

(C) 19. 如圖，圓 O_1 、圓 O_2 兩圓外切， \overline{PB} 與 \overline{PD} 為兩圓之外切公切線， A 、 B 、 C 、 D 為其切點，且 $\overline{PA}=\overline{AB}=8$ ，求 $\overline{O_1O_2}=?$ (A) $4\sqrt{2}$ (B) 8 (C) $6\sqrt{2}$ (D) $8\sqrt{2}$

解析：

連接 P 、 O_1 、 O_2

且連 $\overline{O_1A}$ 、 $\overline{O_2B}$

$$\rightarrow \overline{O_1A} \perp \overline{PB}, \overline{O_2B} \perp \overline{PD}$$

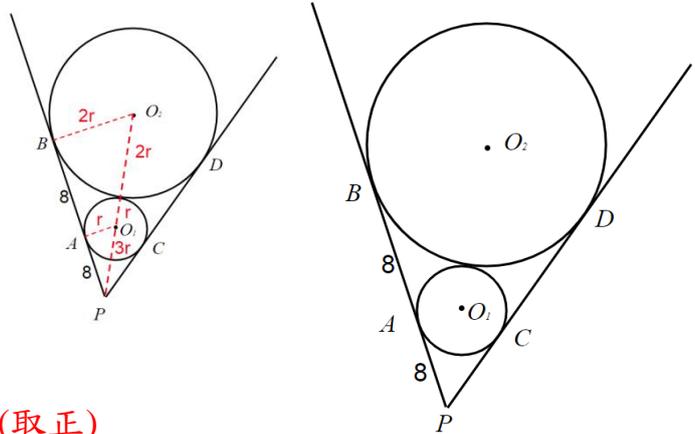
$$\therefore \overline{O_1A} // \overline{O_2B}$$

$$\therefore \overline{PO_1} : \overline{O_1O_2} = 1:1, \overline{O_1A} : \overline{O_2B} = 1:2$$

$$\text{令 } \overline{O_1A} = r, \overline{O_2B} = 2r \therefore \overline{PO_1} = 3r$$

$$\rightarrow 16^2 + (2r)^2 = (6r)^2, r^2 = 8, r = \pm 2\sqrt{2} \text{ (取正)}$$

$$\therefore \overline{O_1O_2} = 3r = 6\sqrt{2}, \text{選 C。}$$



(A) 20. 如圖，有一個高 40 公尺(從最低點到最高點計算)的摩天輪，且垂直於地上，繞轉一圈需費時 16 分鐘，小玲搭乘摩天輪，發現當她高度(C 點)距地面 30 公尺以上時，剛好可以看見遠方的燈塔，請問當小玲坐摩天輪繞一圈時，有多少時間可以看見燈塔？

(A) $\frac{16}{3}$ 分 (B) $\frac{14}{3}$ 分 (C) $\frac{7}{3}$ 分 (D) $\frac{5}{3}$ 分

解析：

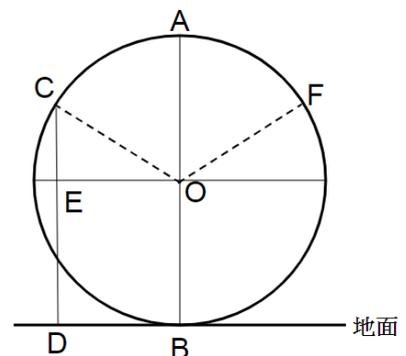
$$\overline{AB} = 40 \rightarrow \overline{OB} = 20 = \overline{OC}$$

$$\text{則 } \overline{CE} = 30 - 20 = 10, \overline{OC} : \overline{CE} = 20 : 10 = 2 : 1$$

$$\rightarrow \angle COE = 30^\circ, \text{能看見燈塔的時間從 C 點到 F 點}$$

$$\rightarrow \angle COF = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \text{可以看見燈塔的時間為 } 16 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{16}{3} \text{ (分), 選 A。}$$



- (C)21. It is a addition in right graph. A different sign represents a different number.
How many possible values of D? (A)5 (B)6 (C)7 (D)8

翻譯:有一個加法算式如右圖，不同英文字母代表不同的阿拉伯數字，問 D 可能值有幾種?

解析：A=1

$$A+B+C=10, 1+B+C=10 \rightarrow B+C=9$$

$$A+B+1=D, 1+B+1=D \rightarrow D=B+2$$

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \\ \ A \ B \\ + \ A \\ \hline 1 \ D \ 0 \end{array}$$

A	1	1	1	1	1	1	1
B	0	2	3	4	5	6	7
C	9	7	6	5	4	3	2
D	2	4	5	6	7	8	9

共 7 種

- (B)22. Joe and Mary had an investment to feed n pigs. Each pig was sold n dollars and was sold out. They decided to share the money equally. Joe takes away 10 dollars at first, than Mary takes away 10 dollars, Joe takes away 10 dollars,..... . Finally , Mary takes the money less than 10 dollars. How much money should Joe give Mary the money? (A)1 元 (B)2 元 (C)3 元 (D)4 元

翻譯:甲、乙兩人合資共養了 n 頭豬。今每頭豬以 n 元的價格全部賣掉，然後兩人用下面的方式分錢:甲先拿 10 元，再由乙拿 10 元，再由甲拿 10 元，.....，如此輪流，拿到最後，剩下不足 10 元輪到乙拿去，為了公平分配，甲應該補給乙多少元?

解析：共賣 $n \times n = n^2$ ， n^2 的十位數為奇數，設 $n = 10a + b$ ，則

$$n^2 = (10a + b)^2 = 20(5a^2 + ab) + b^2$$

$\rightarrow b^2$ 的十位數必為奇數，檢視 $1^2, 2^2, 3^2, \dots, 9^2$ ，得知十位數為奇數只有 4^2 及 6^2 ，故 n^2 之個位數為 6 \rightarrow 最後一次甲拿 10 元，乙拿 6 元

$(10 - 6) \div 2 = 2$ ，甲應該給乙 2 元。

- (B)23. A、B、C、D 四人在自習室讀書，其中一人在讀英文，一人在讀數學，一人在讀國文，另一人在讀自然，已知:

- ①A 不在讀英文，也不在讀自然。
- ②B 不在讀國文，也不在讀英文。
- ③若 A 不在讀國文，則 D 不在讀英文
- ④C 不在讀自然，也不在讀英文
- ⑤D 不在讀自然，也不在讀國文

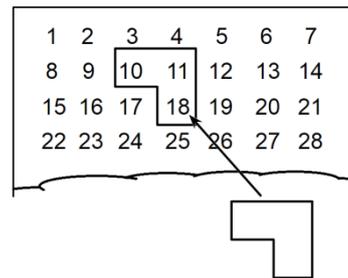
請問 C 在讀哪一科?(A)英文 (B)數學 (C)國文 (D)自然

解析：

- (1)A、C、D 都不讀自然，B 讀自然。
- (2)A、B、C 都不讀英文，D 讀英文。
- (3)由(3)若 D 讀英文，則 A 讀國文 → A 讀國文。
- (4)C 讀數學。

(A)24. The first row is one to seven. The 2nd row is eight to fourteen.It was shown as right pic. Use a transparent L ruler to cover three numbers. Look at it, the sum of the three number is 39. A transparent L ruler can spin. If the sum of the three numbers is 346, how much the smallest number?

(A)111 (B)110 (C)121 (D)120



翻譯:第一列為 1 至 7，第二列為 8 至 14，...如右圖所示。用一透明矩尺罩住三個數字，右圖中，所罩住的三個數字之和為 39。矩尺的方向可以變化，請問此矩尺所罩住三個數字和為 346，最小的數字為多少?

解析：

(1) $x+x+1+x+7=346$ ， $3x=338$ ， $x=\frac{338}{3}$ (不合)

x	x+1
x+7	

(2) $x+x+1+x+8=346$ ， $3x=337$ ， $x=\frac{337}{3}$ (不合)

x	x+1
	x+8

(3) $x+x+7+x+8=346$ ， $3x=331$ ， $x=\frac{331}{3}$ (不合)

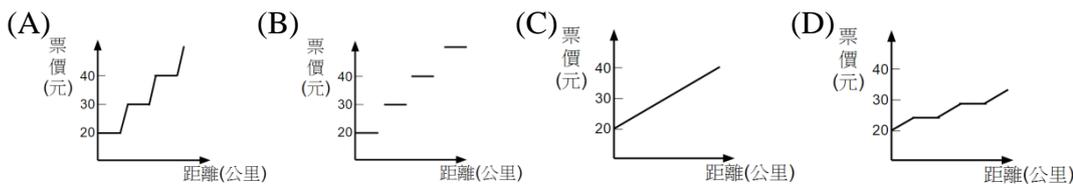
x	
x+7	x+8

(4) $x+x+6+x+7=346$ ， $3x=333$ ， $x=\frac{333}{3}=111$ (符合)

	x
x+6	x+7

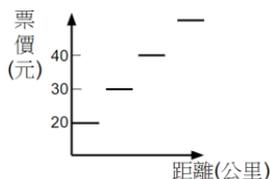
選 A。

(B)25.下圖是高雄捷運，巨蛋站到各站的票價及兩站之間的行駛時間，捷運票價與搭乘距離關係如下，你認為哪個圖表最為合理？



解析：

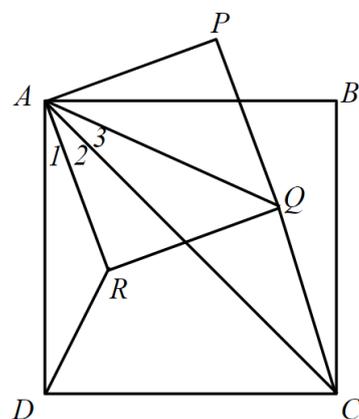
距離(KM)	票價(元)
0~5	20
5~7	25
7~9	30
9~11	35
11~13	40



選(B)

二、計算題 請寫出計算過程，沒寫計算過程就不給分
(第 1、2 題各 20 分，第 3 題 10 分，共 50 分)

1. 如圖，ABCD 與 APQR 均為正方形。



(1) 說明 $\angle 1 = \angle 3$ (6 分)

(2) $\triangle ADR$ 與 $\triangle ACQ$ 是否相似? 為什麼? (8 分)

(3) 求 $\overline{DR} : \overline{CQ} = ?$ (6 分)

解析：

(1) \because ABCD 與 APQR 均為正方形

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle 3 = 45^\circ, \therefore \angle 1 = \angle 3$$

(2) $\overline{AC} = \sqrt{2} \times \overline{AD}$, $\overline{AQ} = \sqrt{2} \times \overline{AR}$

$$\therefore \overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AD} : \sqrt{2} \overline{AD} = 1 : \sqrt{2}, \overline{AR} : \overline{AQ} = \overline{AR} : \sqrt{2} \overline{AR} = 1 : \sqrt{2}$$

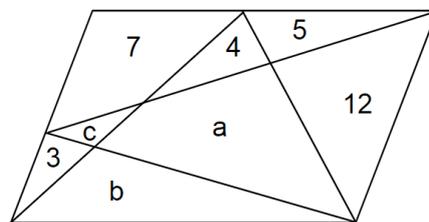
$$\therefore \overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AR} : \overline{AQ} \text{ 又 } \angle 1 = \angle 3$$

$\therefore \triangle ADR \sim \triangle ACQ$ (SAS 相似)

$$(3) \overline{DR} : \overline{CQ} = \overline{AD} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$$

答: (2) $\triangle ADR \sim \triangle ACQ$ (SAS 相似) (3) $1 : \sqrt{2}$

2. 如右圖，平行四邊形 ABCD 中，E、F 分別在 \overline{AB} 、 \overline{AD} 上， \overline{EC} 、 \overline{ED} 、 \overline{FB} 、 \overline{FC} 將平行四邊形分成八個區域，每個區域內的數字代表其面積，則 a 的面積為多少平方單位?



解析：

\because ABCD 為平行四邊形

$$\therefore \triangle FBC = \triangle ABF + \triangle FCD$$

$$\rightarrow 4 + a + b = (7 + 3 + c) + 5 + 12$$

$$\rightarrow a + b = c + 23 \dots \dots \textcircled{1}$$

$$\triangle DEC = \triangle ADE + \triangle ECB$$

$$\rightarrow a + c + 12 = (7 + 4 + 5) + (3 + b) \rightarrow a + c = 7 + b \dots \dots \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 得 } 2a + b + c = 7 + b + c + 23 \rightarrow 2a = 30, a = 15$$

答: 15 平方單位。

3.某數學營開了六堂課，該營隊的 20 名學生每人均已選修其中的 0 至 6 門課(可以都不選，最多選 6 門課)，試問：是否可以找出 5 名學生和 2 門課，使得這 5 人同時都選修這兩門課或同時都沒選修這兩門課?

解析：

從 6 門課選修 3 門，共 20 種情形

123、124、125、126→都有 1、2

134、135、136、145

146、156、234、235

236、245、246、256

345、346、356、456→都沒有 1、2

對於任 2 門課，有 4 人皆選，也有 4 人皆沒選，但不可能有 5 人都選或都沒選某 2 堂課。