



2018 第十五屆IMC 國際數學競賽 台灣區初賽

2018 Fifteenth International Mathematics Primary Contest(Taiwan)

高中一年級組

請將答案寫在答案卷上

一、選擇題 (每題 10 分，共 250 分)

(C) 1. 如右圖， $ABFG$ 與 $ACDE$ 兩個面積相等的矩形，若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{CG} = 12$ ， $\overline{AC} = 6$ ，則 $\overline{BE} = ?$ (A)12 (B)14 (C)16 (D)18

解析：

$$\angle GAB = \angle EAC = 90^\circ, \angle GAB + \angle BAC = \angle EAC + \angle BAC$$

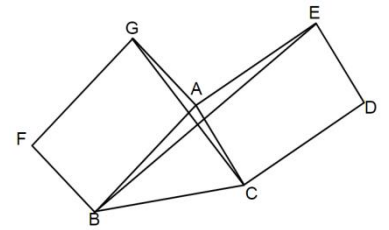
$ABFG$ 與 $ACDE$ 為等面積矩形，

$$\overline{AB} \times \overline{AG} = \overline{AC} \times \overline{AE}, \text{ 即 } \overline{AG} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AB}$$

$$\triangle ACG \sim \triangle ABE (\text{SAS 相似}) \therefore \overline{AC} : \overline{AB} = \overline{CG} : \overline{BE}$$

$$\text{即 } \overline{AB} \times \overline{CG} = \overline{AC} \times \overline{BE}$$

$$\therefore 8 \times 12 = 6 \times \overline{BE}, \overline{BE} = 16, \text{ 選 C。}$$



(C) 2. 如圖，圓 O 為 $\triangle ABC$ 的外接圓， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{AE} = \overline{CE}$ ，則 \overline{OF} 的長是多少？(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{11}{12}$ (D) 1

解析：

$$\overline{AB} = \overline{AC} = 10, \overline{AE} = \overline{CE}$$

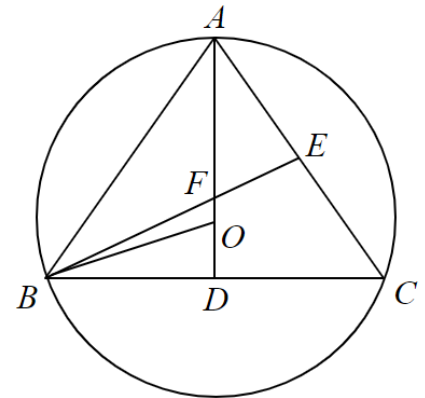
$$\overline{AD} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\text{設 } \overline{BO} = \overline{AO} = x, \overline{DO} = 8 - x$$

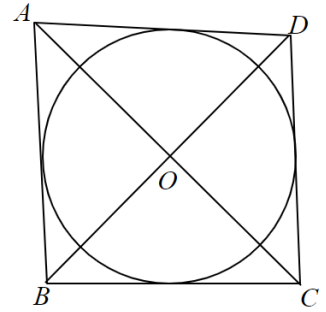
$$\overline{BO}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{OD}^2$$

$$x^2 = 6^2 + (8 - x)^2 \rightarrow x = \frac{25}{4}$$

$$\overline{OF} = \overline{OA} - \overline{AF} = \frac{25}{4} - \frac{2}{3} \times 8 = \frac{11}{12}, \text{ 選 C。}$$



(A) 3. 如右圖，圓 O 為四邊形 $ABCD$ 的內切圓， $\overline{AB} = 8a + 7b$ ， $\overline{BC} = 5a + 6b$ ，
 $\overline{CD} = 7a + 3b$ ， $\overline{AD} = 9a + 5b$ ，若 $ABCD$ 面積為 100 平方單位，則 $\triangle OAB$ 的面積 = ? (A) 30 (B) 28 (C) 26 (D) 24



解析：

$$8a + 7b + 7a + 3b = 9a + 5b + 5a + 6b$$

$$15a + 10b = 14a + 11b$$

$$\therefore a = b$$

$$\therefore \overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} : \overline{AD} = 15 : 11 : 10 : 14$$

\therefore 各塊面積比 = 各底邊長比

$$\therefore \triangle OAB = 100 \times \frac{15}{15 + 11 + 10 + 14} = 30, \text{ 選 A。}$$

(A) 4. 右圖為某拋物線的隧道入口，其底部 $\overline{AB} = 4\text{m}$ ，最高點 C 至 \overline{AB} 的距離為 4.5m。今有一輛遊覽車，車頂到地面為 2.8m，寬度為 2.4m，試問這輛遊覽車能否順利通過隧道？

(A) 能，尚餘 0.08m 高 (B) 不能，差 0.08m 高

(C) 不能，差 0.06m 高 (D) 能，尚餘 0.06m 高

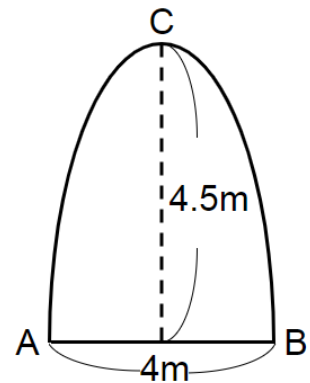
解析：

$$\text{設 } y = a(x^2 - 4), (0, 4.5) \text{ 代入 } \rightarrow 4.5 = a(0^2 - 4)$$

$$a = -\frac{9}{8}, y = -\frac{9}{8}(x^2 - 4)$$

$$\text{當 } x = 1.2, y = 2.88 > 2.8$$

$2.88 - 2.8 = 0.08\text{m}$ ， \therefore 可順利通過，尚有 0.08m 高的空間。



(C) 5. 右圖為某遊樂區計畫新建的魔鬼飛車，軌道呈拋物線，頂點為(2, 3)，且交 y 軸於(0, 15)。設點 P 在拋物線上，且在第一象限，則 P 點到 x 軸和 y 軸距離和最小值為何？

- (A) $\frac{59}{13}$ (B) $\frac{61}{13}$ (C) $\frac{59}{12}$ (D) $\frac{61}{12}$

解析：

拋物線為 $y = a(x-2)^2 + 3$ ，將(0, 15)代入

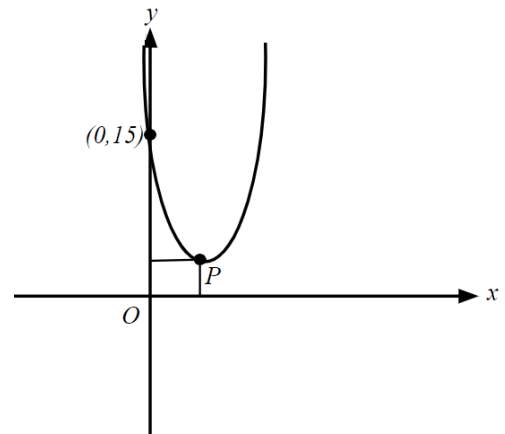
得 $15 = 4a + 3 \rightarrow a = 3$

假設 $P(x, y)$

$\rightarrow x + y = x + 3(x-2)^2 + 3$

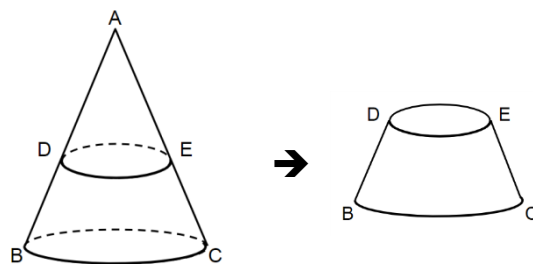
$= 3x^2 - 11x + 15$

$= 3(x - \frac{11}{6})^2 + \frac{59}{12} \rightarrow$ 當 $x = \frac{11}{6}$ 時，有最小值 $\frac{59}{12}$



(D) 6. 如右圖，上數學課時，老師將一圓錐體沿著 \overline{DE} 水平切下得一平臺。若 D、E 為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 中點， $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{BC} = 16$ ， $\overline{DE} = 8$ ，求此平臺的表面積為何？

- (A) 180π (B) 200π (C) 220π (D) 224π



解析：

$$\angle BAB' = 360^\circ \times \frac{8}{24} = 120^\circ$$

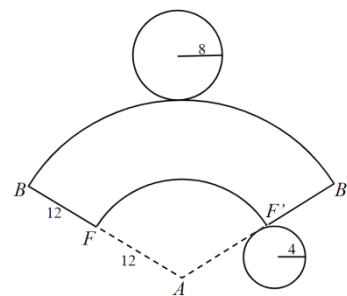
$$\text{大底圓面積} = 8 \times 8 \times \pi = 64\pi$$

$$\text{小底圓面積} = 4 \times 4 \times \pi = 16\pi$$

$$\text{扇形 } ABB' \text{ 面積} = 24 \times 24 \times \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 192\pi$$

$$\text{扇形 } AFF' \text{ 面積} = 12 \times 12 \times \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 48\pi$$

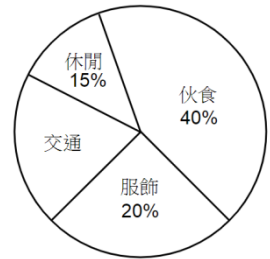
$$\text{平臺表面積} = (192\pi - 48\pi) + 64\pi + 16\pi = 224\pi$$



(C) 7. 小純統計她上個月的支出，作成下表並繪製成如下的圓形百分圖，但不慎塗汙部分的資料與圖形，請你求出交通費用是多少元？

(A) 2250 元 (B) 3000 元 (C) 3750 元 (D) 6000 元

項目	伙食	服飾	交通	休閒
金額(元)	6000			



解析：

$$6000 \div 40\% = 15000 \text{ (元).....總支出}$$

$$15000 \times (1 - 40\% - 20\% - 15\%) = 15000 \times 25\% = 3750 \text{ (元)，選(C)。}$$

(A) 8. 某籃球隊隊員共 16 人，每人投籃 6 次，且如表為其投進球數的次數分配表。若此隊投進球數的中位數是 2.5，則眾數為何？

投進球數	0	1	2	3	4	5	6
次數(人數)	2	2	a	b	3	2	1

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

解析：

投進球數	0	1	2	3	4	5	6
次數(人數)	2	2	4	2	3	2	1

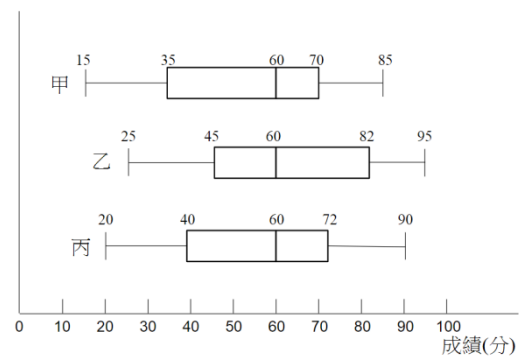
∴ 中位數為 2.5

∴ 代表投進 0~2 球的共有 8 人

而且投進 3~6 球的也有 8 人

∴ $2+2+a=8$ ， $a=4$ ； $b+3+2+1=8$ ， $b=2$ ，∴ 眾數為 2，選(A)。

(D) 9. 右圖為根據甲、乙、丙三班數學段考成績所作的盒狀圖，已知三個班級皆有 40 人，則下列敘述何者正確？



(A) 三個班級數學段考成績的中位數相等，所以其算術平均數也相等。

(B) 三個班級數學段考成績的全距相等，所以其四分位距也相等。

(C)乙班的最高分為 95 分，所以乙班的算術平均數也最高。

(D)若小鈺考了 84 分，不管在哪個班級，都是前 10 名。

解析：

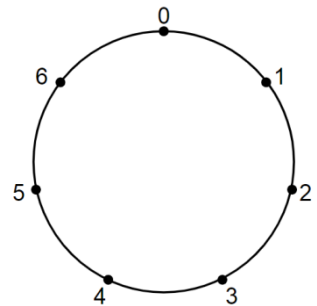
(A)中位數相等不表示算術平均數相等。

(B)三個班的四分位距依次甲(35)、乙(37)、丙(32)，不相等。

(C)最高分為三班之冠，也無法表示算術平均數為最高，選(D)。

(C)10.如右圖，將圓分成七等分，並依序標示為 0~6，若將每一等分視為一個單位，並依照投擲一公正骰子所得的點數，由 0 出發依順時針方向前進“所得點數”個單位長，試求連擲兩次骰子後，恰停留在“5”的機率為何？

(A) $\frac{5}{18}$ (B) $\frac{7}{18}$ (C) $\frac{5}{36}$ (D) $\frac{7}{36}$



解析：

設連擲兩次骰子所得的點數以 (x, y) 表示，其中 x, y 分別第一、二次投擲骰子所得的點數，則 $x+y=5$ 或 12 \therefore 符合題意的 (x, y) 可為 $(1, 4)$ 或 $(2, 3)$ 或 $(3, 2)$ 或 $(4, 1)$ 或 $(6, 6)$ ，又 (x, y) 可能的結果有 $6 \times 6 = 36$ 種，故所求機率 = $\frac{5}{36}$ ，選(C)。

(B)11.設 $(x-2)$ 與 $(y-3)$ 均為正實數，且 $(x-2)(y-3)=9$ ，則 $x+y$ 之最小值為何？

(A)10 (B)11 (C)12 (D)13

解析：

$\therefore x-2 > 0, y-3 > 0$

\therefore 由算幾不等式可知

$$\frac{(x-2)+(y-3)}{2} \geq \sqrt{(x-2)(y-3)}$$

$$\therefore \frac{x+y-5}{2} \geq \sqrt{9} = 3$$

$\therefore x+y-5 \geq 6 \quad \therefore x+y \geq 11$ 則 $x+y$ 之最小值為 11，選(B)。

- (A) 12. 甲、乙兩人同解一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ，已知甲看錯 b 得兩根為 2 與 5，乙算錯 $b^2 - 4ac$ ，得兩根為 -1 與 9，試求原方程式之正確兩根為
 (A) $4 \pm \sqrt{6}$ (B) $-4 \pm \sqrt{6}$ (C) $2 \pm \sqrt{26}$ (D) $-2 \pm \sqrt{26}$

解析：

令兩根為 α 、 β

① 看錯 b 表示兩根之積正確 $\rightarrow \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = 2 \times 5 = 10 \rightarrow c = 10a$

② 看錯 $b^2 - 4ac$ 表示兩根之和正確 $\rightarrow \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -1 + 9 = 8 \rightarrow b = -8a$

③ 原方程式 $ax^2 - 8ax + 10a = 0 \rightarrow x^2 - 8x + 10 = 0$ ， $x = 4 \pm \sqrt{6}$

- (B) 13. 化簡 $\sqrt{106\sqrt{104 \times 100 + 4} + 4}$ 得其值為何? (A) 102 (B) 104 (C) 106 (D) 108

解析：

利用 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 求解

$\rightarrow \sqrt{104 \times 100 + 4} = \sqrt{(102+2)(102-2) + 4} = \sqrt{102^2 - 4 + 4} = \sqrt{102^2} = 102$

\therefore 所求 $= \sqrt{106 \times 102 + 4} = \sqrt{(104+2)(104-2) + 4} = \sqrt{104^2 - 4 + 4} = \sqrt{104^2} = 104$

- (A) 14. 圓心在原點的兩個同心圓，面積分別為 75π 和 27π ，設 P 點在第一象限。
 若 P 點到大圓、小圓、 x 軸的距離相等，則 P 點的坐標為
 (A) $(3\sqrt{5}, \sqrt{3})$ (B) $(\sqrt{5}, 3\sqrt{3})$ (C) $(3\sqrt{3}, \sqrt{5})$ (D) $(\sqrt{3}, 3\sqrt{5})$

解析：

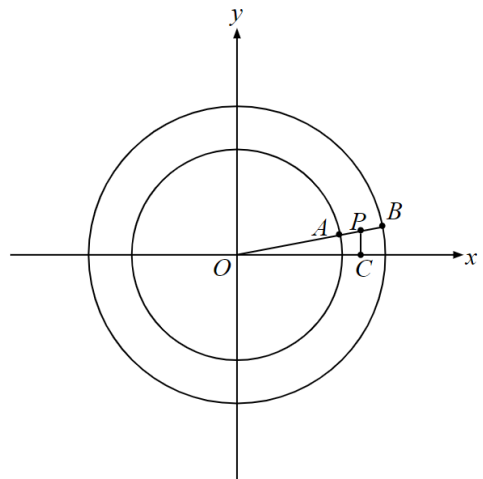
依題意

$\overline{OA} = 3\sqrt{3}$ ， $\overline{OB} = 5\sqrt{3}$

$\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC} = \frac{\overline{AB}}{2} = \sqrt{3}$

$\therefore \overline{OC} = \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{PC}^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{5}$

由此 P 的坐標為 $(3\sqrt{5}, \sqrt{3})$



(A) 15. x 是任意實數，若 $kx^2 - 2x + 3$ 的值恆小於 4，則 k 的範圍？

(A) $k < -1$ (B) $-1 < k < 0$ (C) $k < 1$ (D) $0 < k < 1$

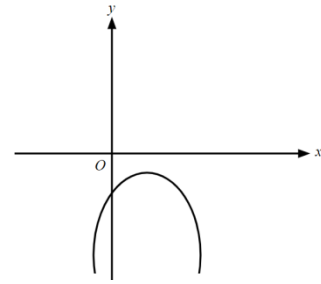
解析：

$$kx^2 - 2x + 3 < 4$$

$$kx^2 - 2x - 1 < 0$$

$$\begin{cases} k < 0 \dots\dots ① \end{cases}$$

$$\begin{cases} D = (-2)^2 - 4k \cdot (-1) < 0 \dots\dots ② \end{cases}$$



由②得知 $k < -1$ ，選(A)。

(D) 16. 設 $f(x)$ 為三次多項式，且滿足 $f(2)=4$ ， $f(3)=9$ ， $f(4)=16$ ， $f(6)=60$ ， $f(-1)=?$

(A)-56 (B)-57 (C)-58 (D)-59

解析：

$$\text{令 } f(x) = a(x-2)(x-3)(x-4) + x^2$$

$$\therefore f(6) = a \times 4 \times 3 \times 2 + 36 = 60 \quad \therefore a = 1$$

$$\therefore f(x) = (x-2)(x-3)(x-4) + x^2$$

$$\therefore f(-1) = (-3)(-4)(-5) + 1 = -59，選(D)。$$

(A) 17. 在職棒比賽中 ERA 值是了解一個投手表現的重要統計數值。其計算方式如下，若此投手共主投 n 局，其總責任失分為 E ，則其 ERA 值為 $\frac{E}{n} \times 9$ 。有一位

投手在之前的比賽共主投了 90 局，且這 90 局中他的 ERA 值為 3.2，在最新的一場比賽中此投手主投 6 局無責任失分，則打完這一場比賽後，此投手的 ERA 值成為 (A) 3.0 (B) 3.1 (C) 3.2 (D) 3.3

解析：

$$\text{依據公式 } ERA = \frac{E}{n} \times 9 \rightarrow 3.2 = \frac{E}{90} \times 9，E = 32$$

表示在前 90 局中總責任失分 = 32 分，而在最新的一場的比賽中，投 6 局無責任失分

$$\text{此時 } ERA = \frac{32}{90+6} \times 9 = 3，選(A)。$$

(C) 18. x 為實數，若 $f(x) = |2x-3| + |2x+4|$ ，則 $f(x)$ 的最小值為何？

(A)1 (B)4 (C)7 (D)10

解析：

$$f(x) = |2x-3| + |2x+4| = |2x-3| + |-2x-4|$$

$$\therefore f(x) \geq |(2x-3) + (-2x-4)|, f(x) \geq 7$$

(B) 19. 已知多項式 $x^3 + x^2 + ax + 7$ 除以 $x^2 - 2x + b$ 所得的商式為 $x+3$ ，餘式為 $-x+4$ 則 $a \times b = ?$ (A)6 (B)-6 (C)4 (D)-4

解析：

$$\textcircled{1} x^3 + x^2 + ax + 7 = (x^2 - 2x + b)(x+3) + (-x+4)$$

$$x^3 + x^2 + ax + x + 7 - 4 = (x^2 - 2x + b)(x+3)$$

$$x^3 + x^2 + (a+1)x + 3 = (x^2 - 2x + b)(x+3)$$

$$\rightarrow 3b = 3, b = 1$$

$$\textcircled{2} x^3 + x^2 + (a+1)x + 3 = (x^2 - 2x + 1)(x+3)$$

$$\rightarrow 1 + a = -6 + 1, a = -6 \rightarrow \text{則 } a \times b = -6, \text{ 選(B)}。$$

(A) 20. 如右圖所示，過 A、B 兩點的直線方程式為 $2x + 3y = 5$ ，且 P 點為 \overline{AB} 上任一點，求矩形 OCPD 面積的最大值為 (A) $\frac{25}{24}$ (B) $\frac{7}{8}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{19}{16}$

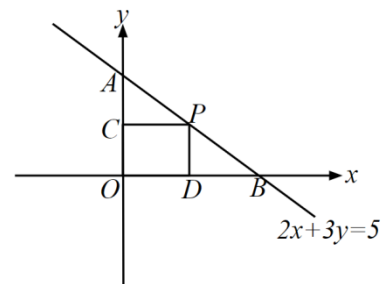
解析：

$$\text{設 P 點坐標}(x, y) \rightarrow 2x + 3y = 5 \rightarrow y = \frac{5-2x}{3}$$

$$\text{矩形 OCPD 面積} = xy = x \cdot \frac{5-2x}{3} = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{3}x$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{5}{3}}{2 \times (-\frac{2}{3})} = \frac{5}{4} \text{ 時,}$$

$$xy \text{ 有最大值} = -\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 + \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{5}{4}\right) = \frac{25}{24}, \text{ 面積最大值為 } \frac{25}{24}$$



(C)21. It is a addition in right graph. A different sign represents a different number. How many possible values of D? (A)5 (B)6 (C)7 (D)8

翻譯:有一個加法算式如右圖，不同英文字母代表不同的阿拉伯數字，問 D 可能值有幾種?

解析：A=1

$$A+B+C=10, 1+B+C=10 \rightarrow B+C=9$$

$$A+B+1=D, 1+B+1=D \rightarrow D=B+2$$

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \\ + \ A \ B \\ \hline 1 \ D \ 0 \end{array}$$

A	1	1	1	1	1	1	1
B	0	2	3	4	5	6	7
C	9	7	6	5	4	3	2
D	2	4	5	6	7	8	9

共 7 種

(B)22. Joe and Mary had an investment to feed n pigs. Each pig was sold n dollars and was sold out. They decided to share the money equally. Joe takes away 10 dollars at first, than Mary takes away 10 dollars, Joe takes away 10 dollars,..... . Finally , Mary takes the money less than 10 dollars. How much money should Joe give Mary the money? (A)1 元 (B)2 元 (C)3 元 (D)4 元

翻譯:甲、乙兩人合資共養了 n 頭豬。今每頭豬以 n 元的價格全部賣掉，然後兩人用下面的方式分錢:甲先拿 10 元，再由乙拿 10 元，再由甲拿 10 元，.....，如此輪流，拿到最後，剩下不足 10 元輪到乙拿去，為了公平分配，甲應該補給乙多少元?

解析：共賣 $n \times n = n^2$ ， n^2 的十位數為奇數，設 $n = 10a + b$ ，則

$$n^2 = (10a + b)^2 = 20(5a^2 + ab) + b^2$$

→ b^2 的十位數必為奇數，檢視 $1^2, 2^2, 3^2, \dots, 9^2$ ，得知十位數為奇數只有 4^2 及 6^2 ，故 n^2 之個位數為 6 → 最後一次甲拿 10 元，乙拿 6 元

$(10 - 6) \div 2 = 2$ ，甲應該給乙 2 元。

(B)23. A、B、C、D 四人在自習室讀書，其中一人在讀英文，一人在讀數學，一人在讀國文，另一人在讀自然，已知:

① A 不在讀英文，也不在讀自然。

② B 不在讀國文，也不在讀英文。

③若 A 不在讀國文，則 D 不在讀英文

④C 不在讀自然，也不在讀英文

⑤D 不在讀自然，也不在讀國文

請問 C 在讀哪一科?(A)英文 (B)數學 (C)國文 (D)自然

解析：

(1)A、C、D 都不讀自然，B 讀自然。

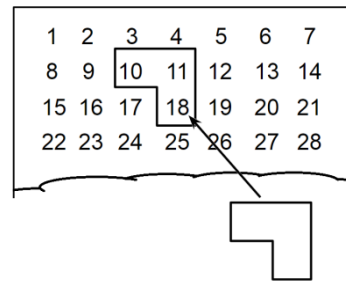
(2)A、B、C 都不讀英文，D 讀英文。

(3)由(3)若 D 讀英文，則 A 讀國文 → A 讀國文。

(4)C 讀數學。

(A)24. The first row is one to seven. The 2nd row is eight to fourteen.It was shown as right pic. Use a transparent L ruler to cover three numbers. Look at it, the sum of the three number is 39. A transparent L ruler can spin. If the sum of the three numbers is 346, how much the smallest number?

(A)111 (B)110 (C)121 (D)120



翻譯:第一列為 1 至 7，第二列為 8 至 14，...如右圖所示。用一透明矩尺罩住三個數字，右圖中，所罩住的三個數字之和為 39。矩尺的方向可以變化，請問此矩尺所罩住三個數字和為 346，最小的數字為多少?

解析：

(1) $x+x+1+x+7=346$ ， $3x=338$ ， $x=\frac{338}{3}$ (不合)

x	x+1
x+7	

(2) $x+x+1+x+8=346$ ， $3x=337$ ， $x=\frac{337}{3}$ (不合)

x	x+1
	x+8

(3) $x+x+7+x+8=346$ ， $3x=331$ ， $x=\frac{331}{3}$ (不合)

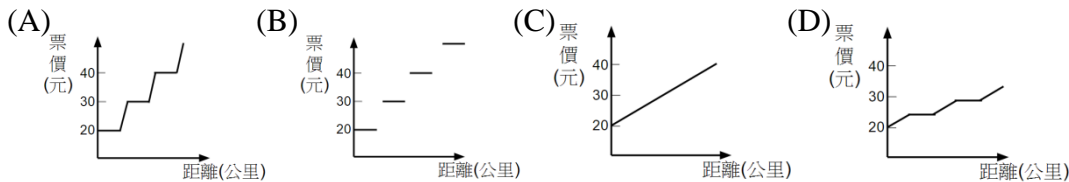
x	
x+7	x+8

(4) $x+x+6+x+7=346$ ， $3x=333$ ， $x=\frac{333}{3}=111$ (符合)

	x
x+6	x+7

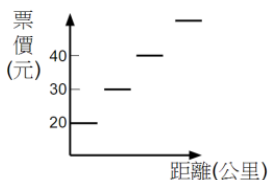
選 A。

(B)25.下圖是高雄捷運，巨蛋站到各站的票價及兩站之間的行駛時間，捷運票價與搭乘距離關係如下，你認為哪個圖表最為合理？



解析：

距離(KM)	票價(元)
0~5	20
5~7	25
7~9	30
9~11	35
11~13	40



選(B)

二、計算題 請寫出計算過程，沒寫計算過程就不給分
(第 1、2 題各 20 分，第 3 題 10 分，共 50 分)

1. n 為正整數，試證： $n^7 - n$ 是 7 的倍數

解析：

$$n^7 - n = n(n^6 - 1) = n(n^3 - 1)(n^3 + 1) = n(n-1)(n+1)(n^2 - n + 1)(n^2 + n + 1)$$

可令 $n = 7k$ 、 $n = 7k + 1$ 、 $n = 7k + 2$ 、 $n = 7k + 3$ 、 $n = 7k + 4$ 、 $n = 7k + 5$ 、 $n = 7k + 6$

(k 為整數) 七種情況來討論

① 當 $n = 7k$ 時， $n^7 - n = (7k)^7 - 7k$ ，故 $n^7 - n$ 必為 7 的倍數。

② 當 $n = 7k + 1$ 時， $(n-1) = 7k$ ，故 $n^7 - n$ 必為 7 的倍數。

③ 當 $n = 7k + 6$ 時， $(n+1) = 7(k+1)$ ，故 $n^7 - n$ 必為 7 的倍數。

④ 當 $n = 7k + 2$ 時， $n^2 + n + 1 = (7k + 2)^2 + (7k + 2) + 1 = 49k^2 + 35k + 7 = 7(7k^2 + 5k + 1)$ ，故 $n^7 - n$ 必為 7 的倍數。

⑤ 當 $n = 7k + 4$ 時， $n^2 + n + 1 = (7k + 4)^2 + (7k + 4) + 1 = 49k^2 + 63k + 21 = 7(7k^2 + 9k + 3)$ ，故 $n^7 - n$ 必為 7 的倍數。

⑥ 當 $n = 7k + 3$ 時， $n^2 - n + 1 = (7k + 3)^2 - (7k + 3) + 1 = 49k^2 + 35k + 7 = 7(7k^2 + 5k + 1)$ ，故 $n^7 - n$ 必為 7 的倍數。

⑦ 當 $n = 7k + 5$ 時， $n^2 - n + 1 = (7k + 5)^2 - (7k + 5) + 1 = 49k^2 + 63k + 21 = 7(7k^2 + 9k + 3)$ ，故 $n^7 - n$ 必為 7 的倍數。

故 $n^7 - n$ 是 7 的倍數得證。

2. 某電信公司有 3 種不同的計費方案，如下表所示：

項目 \ 方案	A 型	B 型	C 型
月租費	100 元	196 元	16 元
基本通話時間	10 分鐘	25 分鐘	0 分鐘
以後每秒收費	0.16 元	0.15 元	0.2 元

假設通話時間為 t 分鐘，則當 t 在哪個範圍時，選擇 A 型計算方案最省錢？

解析：

A 型： $y = 100 + 0.16 \times 60 \times (t - 10)$

$$y = 100 + 9.6(t - 10)$$

$$y = 100 + 9.6t - 96$$

$$\begin{cases} y = 9.6t + 4 & (t > 10) \\ y = 100 & (0 \leq t \leq 10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 9.6t + 4 & (t > 10) \\ y = 100 & (0 \leq t \leq 10) \end{cases}$$

B 型： $y = 196 + 0.15 \times 60 \times (t - 25)$

$$y = 196 + 9(t - 25)$$

$$y = 196 + 9t - 225$$

$$\begin{cases} y = 9t - 29 & (t > 25) \\ y = 196 & (0 \leq t \leq 25) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 9t - 29 & (t > 25) \\ y = 196 & (0 \leq t \leq 25) \end{cases}$$

C 型： $y = 16 + 0.2 \times 60 \times t$

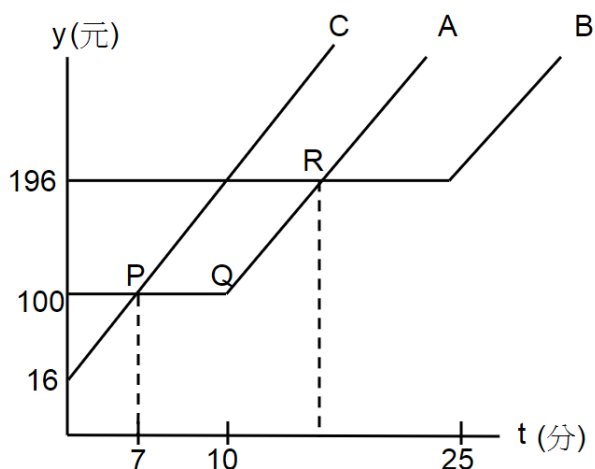
$$y = 12t + 16 \quad (t \geq 0)$$

\overline{PQ} 、 \overline{QR} A 型都在 B、C 的下方

P 點：C 型 $y = 12t + 16 = 100$ ， $t = 7$ \therefore P 點(7,100)

R 點：A 型 $y = 9.6t + 4 = 196$ ， $t = 20$ \therefore R 點(20,196)

$\therefore 7 \leq t \leq 20$ 時，A 型最省錢。



3.某數學營開了六堂課，該營隊的 20 名學生每人均已選修其中的 0 至 6 門課(可以都不選，最多選 6 門課)，試問：是否可以找出 5 名學生和 2 門課，使得這 5 人同時都選修這兩門課或同時都沒選修這兩門課?

解析：

從 6 門課選修 3 門，共 20 種情形

123、124、125、126→都有 1、2

134、135、136、145

146、156、234、235

236、245、246、256

345、346、356、456→都沒有 1、2

對於任 2 門課，有 4 人皆選，也有 4 人皆沒選，但不可能有 5 人都選或都沒選某 2 堂課。