



2019 第十五屆 IMC 國際數學交流活動(新加坡)
Fifteenth IMC International Mathematics Contest (Singapore)2019

國小四年級(決賽)試卷

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分 得分: _____

◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！
◎計算題需要在試題空白處列出運算過程；只寫答案沒有運算過程不予計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	A	A	C	D	B	A
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	9552	60	9728	78	144	338	31452	50

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

1. 計算 $6 \times 9 + 36 \times 99 + 58 \times 999 = (\quad)$ 。
(A)61660 (B)61560 (C)60660 (D)66600

<解析>
原式 = $6 \times 10 - 6 + 36 \times 100 - 36 + 58 \times 1000 - 58$
= $61660 - 6 - 36 - 58 = 61560$ ，選B。

2. 已知一個等腰三角形的周長是40公分，它的腰長是底邊長的2倍，這個三角形的底邊長是()公分。(A)20 (B)15 (C)8 (D)6

<解析>
 $40 \div (1+2+2) = 8$
 $8 \times 1 = 8$
底邊長 = 8公分，選C。

3. 將各位數字的和是12的三位數從小到大排列，那麼第15個數是()。
(A)273 (B)264 (C)255 (D)246

<解析>
 $12 = 1+2+9 = 1+3+8 = 1+4+7 = 1+5+6$ (8個)
百位數 = 2, 219、228、237、246、255、264、273
第15個數 = 273，選A。

4. 下面多位數中，讀出3個"零"的是()。
(A)20190803 (B)20190830 (C)20190001 (D)20191003

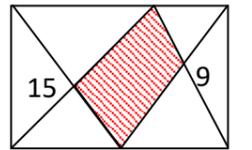
<解析>
20190803，讀作二千零一十九萬零八百零三
選A。

5. 某校四年級兩個班去植樹，一班每人植樹3棵，二班每人植樹5棵，共植樹115棵，又知兩班人數之差不足8人，那麼兩班人數之和最多為()人。
(A)25 (B)27 (C)29 (D)31

1班	5	10	15	20
2班	20	17	14	11
合計	115	115	115	115

<解析>
取一班15人，二班14人(符合兩班之差不足8人)
最多 $15+14=29$ ，選C。

6. As shown in the figure, a rectangle (長方形) is divided into (被分割成) seven parts, two of which have an area (面積) of 15 and 9 square centimeters (平方公分). Find the area of the shaded part (陰影部分) in square centimeters. (A)18 (B)20 (C)22 (D)24

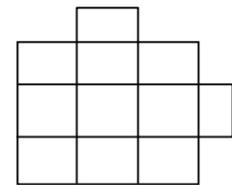


<解析>
陰影部分面積 = $15+9=24$
選D。

7. 用數字0、1、2、3、4、5各一次，填入下面的方框中，得到的乘積最大為()。
 $\square \times \square \square \times \square \square \square$
(A)65100 (B)65600 (C)114030 (D)21600

<解析>
 $5 \times 41 \times 320 = 65600$
選B。

8. 右圖中共有()個長方形(包含正方形)。
(A)44 (B)40 (C)38 (D)36



<解析>
 $6 \times 6 + 4 + 4 = 44$
選A。

二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. 計算: $1 \times 2^2 + 3 \times 4^2 + 5 \times 6^2 + 7 \times 8^2 + \dots + 15 \times 16^2 =$ _____。

<解析>

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (2 \times 2^2 + 4 \times 4^2 + 6 \times 6^2 + 8 \times 8^2 + \dots + 16 \times 16^2) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 16^2) \\ &= 8 \times (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 8^3) - 4 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 8^2) \\ &= 8 \times \left(\frac{8 \times 9}{2}\right)^2 - 4 \times \frac{8 \times 9 \times 17}{6} = 9552 \end{aligned}$$

2. 小馬虎計算1到100這100個連續整數的平均數。在求這100個數的和的時候，他少算了其中的一個，但他自己並沒有發現，仍然按100個數求平均數，結果和其他同學的正確答案對照一下，發現自己的結果比別人少了0.6，那麼小馬虎求和時，漏掉的數是_____。

<解析>

$$100 \times 0.6 = 60$$

此漏掉的數是60

3. 在右邊乘法數字謎的方框中填入適當數字，使得算式成立，那麼乘積最大為_____。

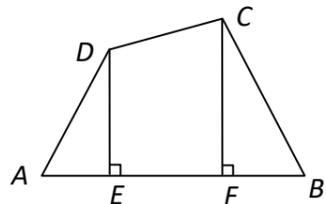
$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ \times \quad \square 2 \\ \hline \square 0 \square \\ \square 1 \square \\ \hline 9 \square \square \square \end{array}$$

<解析>

$$304 \times 32 = 9728$$

乘積最大為9728

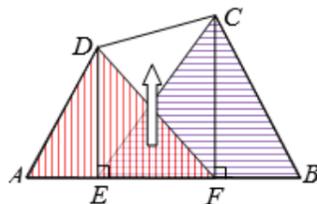
4. In quadrilateral (四邊形) ABCD as shown, $CF \perp AB$ at F, $DE \perp AB$ at E. Let $AF=10$, $EB=12$, $DE=6$, $CF=8$. What is the area of quadrilateral ABCD?



<解析>

根據蝴蝶形，得到翅膀三角形面積相等，四邊形面積為

$$\frac{1}{2} \times (10 \times 6 + 12 \times 8) = 78$$



5. 四年級三個班的學生既可以站成一個4層空心方陣，又可以站成一個3層的空心方陣，3層空心方陣的最外層人數恰好等於4層空心方陣的最裡邊的2層的總人數，那麼這三個班級共有_____人。

<解析>

4層(由外而內): $a, a-4, a-8, a-12$

3層(由外而內): $b, b-4, b-8$

$$a + a - 4 + a - 8 + a - 12 = b + b - 4 + b - 8 \rightarrow 4a - 12 = 3b$$

$$b = a - 8 + a - 12 \rightarrow b = 2a - 20$$

$$4a - 12 = 6a - 60$$

$$2a = 48, a = 24, b = 28$$

$$(24 + 20 + 16 + 12 + 28 + 24 + 20) = 72 + 72 = 144$$

6. 某工廠第一車間有100多人，第一車間是第二車間人數的1.4倍，第二車間是第三車間人數的2.4倍，那麼三個車間共有_____人。

<解析>

令第三車間人數為 a ，第二車間 $2.4a$ ，第一車間 $2.4a \times 1.4$

$$101 < a + 2.4a + 2.4a \times 1.4 < 199$$

$$101 < 3.4a + 3.36a < 199$$

$$101 < 6.76a < 199$$

當 a 取 50， $6.76 \times 50 = 338$ (第一車間 = $50 \times 3.36 = 168$)

共有 338 人。

7. 我們來玩"看大樓"遊戲，圖1中樓群林立，在 4×4 是區域裡，每行、每列的樓層都是1~4層各一棟，如圖2，在其週邊的圓圈內的數都是從此方向看到的大樓的棟數，請在圖3中的 5×5 的區域裡，根據看到的樓棟資訊(每行、每列都是1~5層各一棟)，填寫每棟大樓的層數，那麼第二行從左到右組成的五位數為_____。

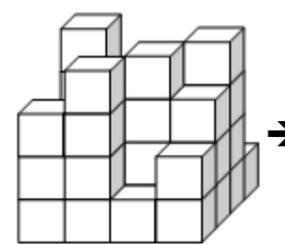


圖1

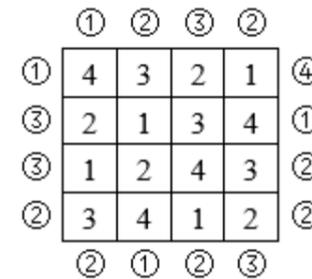


圖2

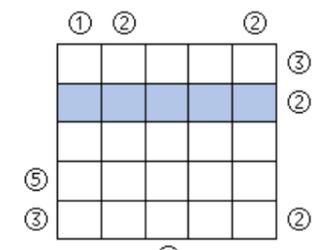
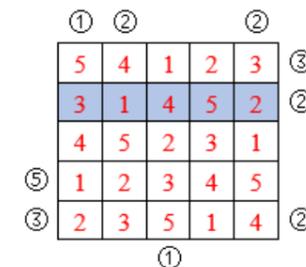


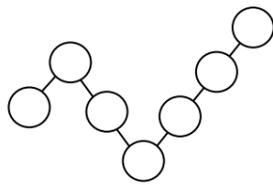
圖3

<解析>

如圖填寫，31452

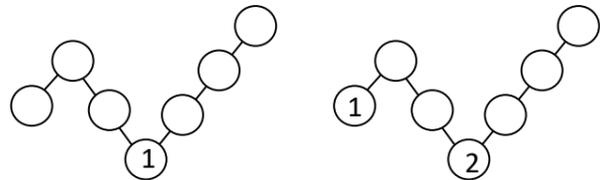


8. 把1~7各一次填入圓圈內，使得連線的兩個圓圈內，上面圓圈內數大於下面圓圈內的數，那麼共有_____種不同的填法。



<解析>

如圖，當底部圓圈內填1時，有 $2 \times C_3^6 = 40$ 種，當底部圓圈內填2時，1的位置固定，有 $C_2^5 = 10$ 種填法，合計 $40 + 10 = 50$ 種



三、計算題(每題 10 分，共 20 分)

1. 甲、乙兩個港口相距 400 公里，一艘輪船從甲港口順流而下，10 小時可以到達乙港口，已知順水船速是逆水船速的 2 倍，有一次，這艘船在由甲港口駛向乙港口途中遇到突發事件，反向航行了一段距離後，再掉頭駛向乙港口，結果晚到 3 小時，那麼這艘輪船反向行駛_____公里。

<解析>

順水速度為 $400 \div 10 = 40$ 公里/小時，反向航行多少公里，那麼順流就多多少公里。多順流的時間為 $3 \div (1+2) = 1$ ，故反向逆流航行 $40 \times 1 = 40$ 公里。

2. 有一種"猜大小"遊戲，甲先偷偷地寫下一個符合一定範圍的整數，然後讓乙去猜，如果乙猜出一個數，甲再判斷所猜的數與自己寫下的數的大小關係，告訴乙所猜的數是大了還是小了。然後乙繼續猜，直到猜對為止。

例如：甲寫下 1 個 1~32 內的整數，讓乙去猜。乙猜是 16，甲說："大了"；乙再猜 8，甲說："小了"；乙繼續猜 12，甲說："大了"；乙猜 10，甲說："對了"。原先甲先寫下的數是 10。

若甲先寫下 1~240 內的一個整數，讓乙猜，那麼乙採取最佳的策略進行猜數，最多猜_____次肯定能猜對甲所寫的數，如果乙足夠聰明，採取的最佳猜數策略是什麼?該怎麼猜?

<解析>

採用二分法來猜數

$240 < 256 = 2^8$ ，最多猜 8 次。

乙的猜數如右。

