

IMC 2020 第十六屆 IMC 國際數學交流活動(新加坡)
Sixteenth IMC International Mathematics Contest (Singapore)2020

國小四年級(決賽)試卷

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分 得分: _____

◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！
◎計算題需要在試題空白處列出運算過程；只寫答案沒有運算過程不予計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	B	D	B	C	A	B
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	27560	80	6174	1234	43	1440	832	16

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

1. 計算 $36 \times 137 - 36 \times 36 - 16 \times (28 + 73) = (\quad)$ 。
(A)2019 (B)2020 (C)2021 (D)2022

<解析>

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 36 \times 137 - 36 \times 36 - 16 \times 101 \\ &= 36 \times (137 - 36) - 16 \times 101 = 36 \times 101 - 16 \times 101 = 20 \times 101 = 2020 \end{aligned}$$

選B。

2. 小明媽媽購買4.5公斤蘋果和3.2公斤梨，付給售貨員50元，找回5.6元。其中蘋果20元3公斤，那麼梨每公斤()元。(A)4.5 (B)4 (C)3.5 (D)3

<解析>

$$\begin{aligned} 20 \div 3 \times 4.5 &= 30 \\ 50 - 30 - 5.6 &= 14.4 \\ 14.4 \div 3.2 &= 4.5 \end{aligned}$$

選A。

3. 規定: $a \triangle b = 2a + b - 3$ ，則 $7 \triangle 8 = (\quad)$ 。(A)18 (B)19 (C)25 (D)26

<解析>

$$7 \triangle 8 = 2 \times 7 + 8 - 3 = 14 + 8 - 3 = 19$$

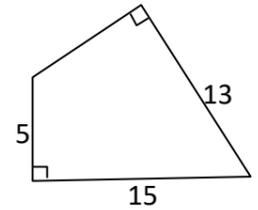
選B。

4. 現對甲、乙兩箱水果秤重，小明說:甲箱水果比乙箱水果重27公斤，小亮說:甲箱比乙箱的3倍還多1公斤，他們兩個說的都對，那麼甲箱水果重()公斤。
(A)13 (B)27 (C)32 (D)40

<解析>

$$\begin{aligned} 27 - 1 &= 26 \\ 26 \div (3 - 1) &= 13 \\ 13 + 27 &= 40, \text{ 選D。} \end{aligned}$$

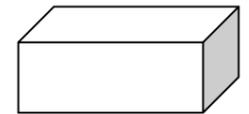
5. It is know that three side lengths (邊長) of quadrilateral (四邊形) are give as shown at the right. What is the area (面積) of this quadrilateral in square units?
(A)192 (B)96 (C)75 (D)60



<解析>

$$\begin{aligned} 15 \times 15 + 5 \times 5 &= 13 \times 13 + \square \times \square \\ 225 + 25 &= 169 + \square \times \square \\ \square \times \square &= 81, \square = 9 \\ \text{面積} &= \frac{5 \times 15}{2} + \frac{9 \times 13}{2} = \frac{75 + 117}{2} = 96, \text{ 選B。} \end{aligned}$$

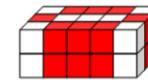
6. 把 $2 \times 3 \times 5$ 的長方體木塊表面染紅，然後切成單位小正方體 30 塊，那麼染兩面的有()塊。(A)20 (B)18 (C)16 (D)12



<解析>

$$(1 + 3 + 3 + 1) \times 2 = 16$$

選C。



7. 在方框中填入適當的數字，使乘法直式成立，那麼乘積的四個數字之和為()。(A)6 (B)7 (C)8 (D)10

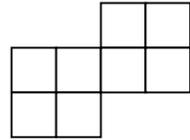
$$\begin{array}{r} \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

<解析>

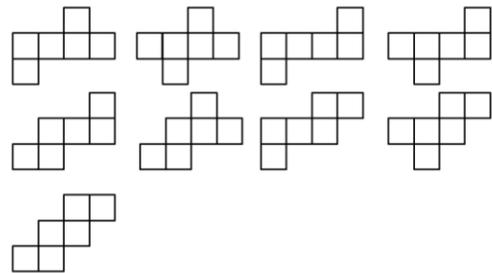
$$\begin{array}{r} \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

則 $2 + 3 + 1 + 0 = 6$ ，選A。

8. 圖形中去掉兩個正方形，使其成為正方體表面展開圖，共有 ()種不同方法。(不考慮旋轉或翻轉後是否相同)
(A)10 (B)9 (C)8 (D)6



<解析>



共4+4+1=9種，選B。

二、填充題(每題5分，共40分)

1. 計算 $1^2 \times 1 + 2^2 \times 3 + 3^2 \times 5 + \dots + 15^2 \times 29 =$ _____。

<解析>

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 1^2 \times (2 \times 1 - 1) + 2^2 \times (2 \times 2 - 1) + 3^2 \times (2 \times 3 - 1) + \dots + 15^2 \times (2 \times 15 - 1) \\ &= 2 \times (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 15^3) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2) \\ &= 2 \times \frac{15^2 \times 16^2}{4} - \frac{15 \times 16 \times 31}{6} = 27560 \end{aligned}$$

2. 一個帶餘除法算式，除數、商和餘數都大於0，三者的總和是81，且三者按從小到大排列成等差數列，那麼被除數最小為_____。

<解析>

$$\begin{aligned} 81 \div 3 &= 27 \\ \text{且要求被除數最小，商} &= 1 \\ \text{除數} &= 81 - 1 - 27 = 53 \\ \text{則被除數} &= 53 \times 1 + 27 = 80 \end{aligned}$$

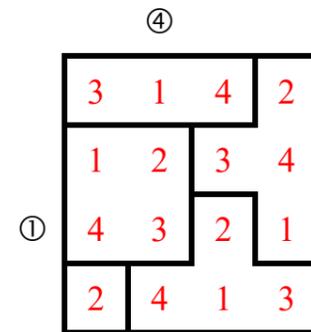
3. 用數字2、0、2、1組成最大的四位數2210，組成最小的四位數1022，得到差為 $2210 - 1022 = 1188$ ，接著再用1、1、8、8組成最大四位數和最小四位數再作差，如此下去，經過2020次操作後，最後得到的差為_____。

<解析>

$$\begin{aligned} 2210 - 1022 &= 1188; 8811 - 1188 = 7623, 7632 - 2367 = 5265, 6552 - 2556 = 3996 \\ 9963 - 3699 &= 6264, 6642 - 2644 = 4176, 7641 - 1467 = 6174, 7641 - 1467 = 6174 \\ \text{故第7次開始重複，最後的差} &= 6174 \end{aligned}$$

4. 看 4×4 大樓，在方格內填上樓層數，每行、每列都是1~4層的大樓各一棟，方格外的數字表示從此方向看到樓棟數，那麼從上到下第二行，從左到右的樓層數排成的四位數是_____。(高樓擋住低樓，且每個粗線圍成區域樓層數也互不相同)

<解析>



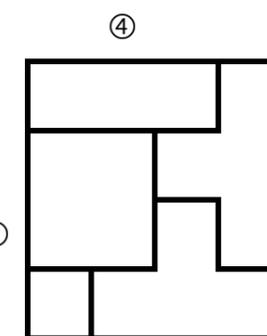
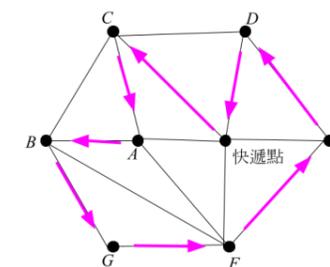
四位數=1234

5. 某快遞點負責周圍7個社區的快遞投送，社區及快遞點之間的投遞時間如圖示(單位:分鐘)。那麼一個快遞員對這7個社區投放快遞最少花費_____分鐘，每條路線最多經過一次，然後又能回到投遞點。

<解析>

轉化成一筆畫問題

$$5 + 6 + 3 + 5 + 5 + 10 + 5 + 4 = 43$$



6. Michael and Victor depart (出發) from (從) city A toward (去) city B. Victor departs 6 minutes (分鐘) after Michael (在 Michael 之後), but Victor arrives (到達) in city B 6 minutes earlier than (早於) Michael. It is known that Michael walks 40 m/min, but Victor's speed (速度) is 1.5 times(倍) Michael's speed. What is the distance in meters between city A and city B?

<解析>

$$\begin{aligned} \text{乙的速度} &= 40 \times 1.5 = 60 \\ 6 \times 40 + \square \times 40 &= (\square - 6) \times 60 \\ 240 + \square \times 40 &= \square \times 60 - 360, \square = 30 \\ (30 - 6) \times 60 &= 1440 \end{aligned}$$

7. 寫有 1、2、3、4、5、6、7、8、9 的九張牌，甲、乙、丙各拿三張。
 甲說："我的三張牌上的數字之積為 48。"
 乙說："我的三張牌上的數字之和為 15。"
 丙說："我的三張牌上的數字都是奇數，排成最大三位數與最小三位數之差為 792。"那麼甲取到的三張牌，排成三位數最大為_____。

<解析>
 奇數=1、3、5、7、9
 丙=1、7、9 (971-179=792)
 2、3、4、5、6、8
 甲=2×3×8=2×4×6
 當甲=2、3、8，乙=4、5、6(合理)
 甲的最大三位數=832

8. 如果一個四位數與三位數的和是 2020，並且四位數和三位數是由 0、3、6、a、a、b、c 這 7 個數字(其中有兩個相同)組成的，那麼這樣的加法算式共有_____個。

<解析>

$$\begin{array}{r} \\ + \\ \hline \end{array}$$
 0、3、6、a、a、b、c
 a=1，b=4，c=7 進位兩次
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 個

三、計算題(每題 10 分，共 20 分)

1. 一副撲克牌共有 54 張，分別是大王、小王各一張，紅桃、黑桃、方塊、梅花都有 A、2、3、4、5、6、7、8、9、10、J、Q、K 各有 13 張，那麼至少從中取出_____張，保證取出的牌中一個有兩張牌乘積為 24。

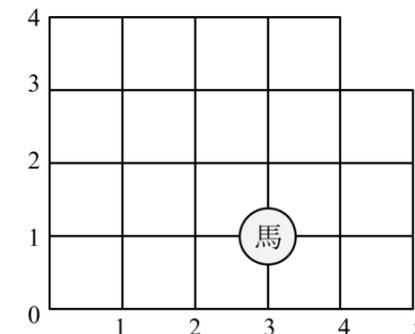
<解析>
 $24 = 4 \times 6 = 3 \times 8 = 2 \times 12$
 $4 + 4 + 4 = 12$
 $54 - 12 + 1 = 43$
 至少取 43 張。



2. 如圖，在象棋棋盤(局部)中有一匹馬，馬每次都跳到"日"字的對角。
 (1)馬跳一步的落腳點有_____個，其中橫坐標和縱坐標之和最大的落腳點的座標為_____；
 (2)這匹馬是否可以連續跳動，使得每個點經過一次，最終回到開始點? 如果能，給出一種跳步方法；如果不能，請說明理由。

<解析>
 (1)

 有 6 個落腳點，最大落腳點是(5, 2)



(2)
 不能。
 理由: 從(1, 0)紅點出發，結束必為黃點
 則紅點有 $2+3+2+3+2+2=6+8=14$
 黃點有 $3+2+3+2+3+2=15$ 個
 故紅點不可能回到黃點。

