

國小六年級(決賽)試卷

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分 得分: \_\_\_\_\_

◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！  
 ◎計算題需要在試題空白處列出運算過程；只寫答案沒有運算過程不予計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	D	D	C	B	A	C
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	61	1200	3	600	20	51324	361	134

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

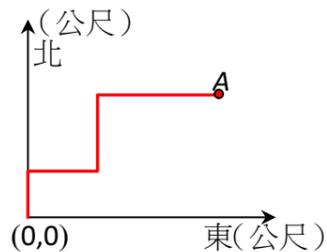
1. 計算:  $38 \times 32 + 27 \times 23 + 17 \times 13 - 2 \times 19 + 1 = ( \quad )$ 。  
 (A)2019 (B)2020 (C)2021 (D)2039

<解析>  
 原式= $38 \times (32-1) + 621 + 221 + 1 = 1178 + 843 = 2021$ ，選C。

2. 自然數2020的正因數有( )。 (A)12 (B)15 (C)16 (D)18

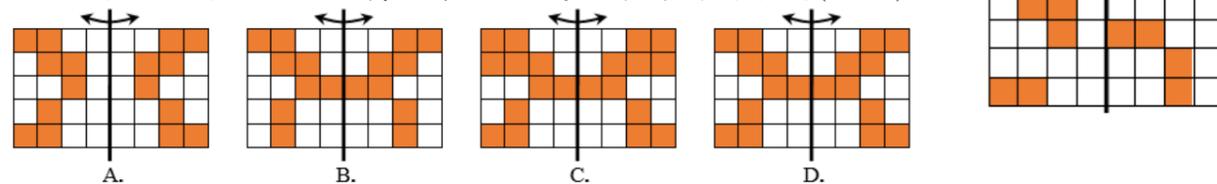
<解析>  
 $2020 = 2 \times 2 \times 5 \times 101$   
 2020有因數  $(2+1)(1+1)(1+1) = 12$ 個，選A。

3. 如圖，小明以2公尺/秒的速度行走，他從(0, 0)出發，向北走30秒，然後又向東走40秒，接著向北走40秒，最後又向東走60秒到達A點，那麼A點的坐標是( )。  
 (A) (70, 10) (B) (100, 70) (C) (140, 200) (D) (200, 140)

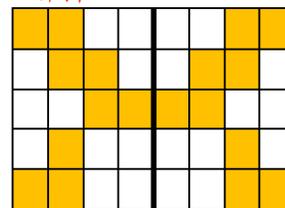


<解析>  
 向東 $2 \times (40+60) = 200$   
 向北 $2 \times (30+40) = 140$   
 坐標(200, 140)，選D。

4. 如圖，把圖形左右翻轉，最終形成的線對稱圖形是( )。



<解析>



選D。

5. 四個質數從小到大排列，恰好成為一個等差數列，那麼公差最小為( )。  
 (A)2 (B)4 (C)6 (D)12

<解析>  
 質數:2、3、5、7、11、13、17、19、23  
 等差數列:5、11、17、23 → 公差=11-5=6，選C。

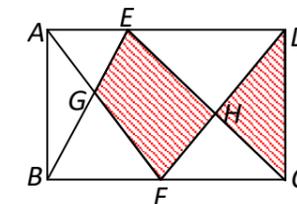
6. 六年級有甲、乙兩班，甲班男生數佔全班人數的 $\frac{5}{8}$ ，乙班女生數是本班男生人數的1.5倍，兩個班一共有男生45人，女生45人，那麼甲班有( )人。  
 (A)36 (B)40 (C)45 (D)50

<解析>

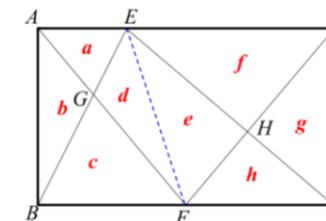
	男	女	
甲	5b	3b	8b
乙	45-5b	45-3b	
	45	45	

$(45-5b) \times 1.5 = 45-3b$   
 $45-5b = 30-2b$   
 $3b = 15, b = 5$ ，甲班=8×5=40，選B。

7. As shown in the figure, in rectangle (長方形) ABCD, the area (面積) difference (之差) between the two shaded parts (陰影部分) is 10 square units. What is the area of  $\triangle ABG$ ?  
 (A)10 (B)15 (C)20 (D)30



<解析>  
 $e+h = g+h$  (等底等高)  
 $e = g$   
 同理  $b+c = d+c, b = d$   
 故  $d+e = b+g \rightarrow d+e-g = b = 10$ ，選A。



8. A、B、C、D四人抓鬮，先把寫好1、2、3、4的四個鬮放進一個口袋中，B第二個抓鬮，那麼B抓到鬮"1"的可能性為( )。

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D) 不確定

<解析>

第1位都沒抓到1的可能性= $\frac{3}{4}$ ；第2位抓到1的可能性= $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$

選C。

二、填充題(每題5分，共40分)

1. 計算： $\left(\frac{3^3-1^3}{3 \times 1} + \frac{5^3-3^3}{5 \times 3} + \frac{7^3-5^3}{7 \times 5} + \dots + \frac{19^3-17^3}{19 \times 17}\right) \times \frac{1}{18} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

<解析>

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left(6 + \frac{8}{3 \times 1} + 6 + \frac{8}{5 \times 3} + 6 + \frac{8}{7 \times 5} + \dots + 6 + \frac{8}{19 \times 17}\right) \times \frac{19}{18} \\ &= \left(6 \times 9 + 4 - \frac{4}{19}\right) \times \frac{19}{18} \\ &= \left(54 + \frac{72}{19}\right) \times \frac{19}{18} = 61 \end{aligned}$$

2. 一個矩形的面積為216，那麼所有長、寬都是整數的矩形周長之和為\_\_\_\_\_。

<解析>

$$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$2 \times (1+2+4+8)(1+3+9+27) = 2 \times 15 \times 40 = 1200$$

3. 有甲、乙兩塊含銅量不同的合金，甲塊重12公斤，乙塊重4公斤，現在從甲、乙兩塊合金上各切下重量相等的一部分，將甲塊上切下的部分與乙塊剩餘的部分一起熔煉，再將乙塊上切下的部分與甲塊剩餘部分一起熔煉，得到兩塊新合金的含銅量相等，切下互換的部分重\_\_\_\_\_公斤。

<解析>

$$\frac{(12-m) \times a + mb}{12} = \frac{(4-m) \times b + ma}{4} \rightarrow 48a - 4ma + 4mb = 48b - 12mb + 12ma$$

$$48(a-b) = 4ma - 4mb - 12mb + 12ma = 16ma - 16mb = 16m(a-b), m=3$$

4. 甲、乙兩人在環形跑道跑步，如果兩人從同一地點同時出發，背向跑步，當甲跑120公尺時，他們第一次迎面相遇，相遇後兩人繼續前進，在甲還差40公尺就跑完一周時，他們第三次迎面相遇，如果甲、乙從同一地點同向跑步，乙第二次追上甲時，甲已經跑了\_\_\_\_\_公尺。

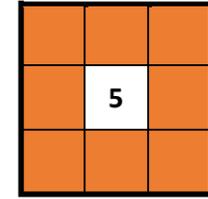
<解析>

$$120 \times 3 + 40 = 400$$

$$120 : (400 - 120) = 120 : 280 = 3 : 7$$

$$400 \times 2 \div (7 - 3) \times 3 = 600 \text{ 公尺}$$

5. 有一種"掃雷"遊戲，在標數5的周圍的8個陰影部分，共有5個雷，每個方格最多有一個雷，且沒有三個雷在同一行或同一列，那麼雷的分布共有\_\_\_\_\_種不同情況。



<解析>

$$5 = 1 + 2 + 2$$

最上面放1顆，中間放2顆，有 $2+3+2=7$ 種

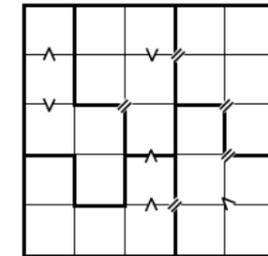
同理最下面放1顆，中間放2顆，有 $2+3+2=7$ 種

中間只放1顆，先放左邊，有3種

同理中間只放1顆，改放右邊，有3種

$$\text{共有 } 7 + 7 + 3 + 3 = 20$$

6. 在5×5的方格內，填上數字1~5，使得每行、每列、每個粗線圍成區域都是1、2、3、4、5各出現一次，同時滿足相鄰(有共同邊或共同頂點)方格內所填數的大小關係，那麼最下面一行從左至右形成的五位數是\_\_\_\_\_。



<解析>

1	3	5	4	2
3	2	4	1	5
2	4	1	5	3
4	5	2	3	1
5	1	3	2	4

最下面一行的五位數=51324

7. 我們可以採用埃拉托斯特尼篩法自然數中"篩出"質數。

- ① 劃掉1；
- ② 劃掉2以外所有2的倍數；
- ③ 劃掉3以外所有3的倍數；
- ④ 劃掉5以外所有5的倍數；
- .....

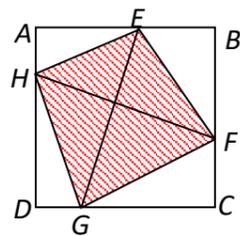
如果採用以上方法篩出1~500之間的質數，那麼最後一個被劃掉的數是\_\_\_\_\_。

<解析>

$$22 \times 22 = 484$$

最後一次操作是保留19，劃掉19的倍數， $19 \times 19 = 361$

8. A quadrilateral (四邊形) EFGH is inscribed in (內接與) a square (正方形) ABCD of  $240 \text{ cm}^2$  as shown in the figure. Given that  $EG=16 \text{ cm}$ ,  $FH=17 \text{ cm}$ . What is the area (面積), in  $\text{cm}^2$  of shaded part (陰影部分)?

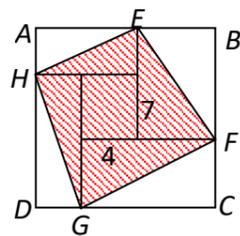


<解析>

$$16^2 - 240 = 16 = 4^2$$

$$17^2 - 240 = 49 = 7^2$$

$$\text{陰影面積} = (240 + 4 \times 7) \div 2 = 134$$



### 三、計算題(每題 10 分，共 20 分)

1. 有 80 人被編號 1~80，每人寫下各自編號的最大奇因數，那麼這 80 個奇因數總乘積的末兩位數為\_\_\_\_\_。

<解析>

1~80 之間的奇數之積為  $79 \times 77 \times \dots \times 1$

1~40 之間的奇數之積為  $39 \times 37 \times \dots \times 1$

1~20 之間的奇數之積為  $19 \times 17 \times \dots \times 1$

1~5 之間的奇數之積為  $5 \times 3 \times \dots \times 1$

1~2 之間的奇數之積為 1

1~1 之間的奇數之積為 1

$$a = (79 \times 77 \times \dots \times 1) \times (39 \times 37 \times \dots \times 1) \times (19 \times 17 \times \dots \times 1) \times (5 \times \dots \times 1) \times (1) \times (1)$$

$$= 0 \pmod{25}$$

$$a = 1 \times 3 \times 1 \times 3 \times 1 \times 1 = 1 \pmod{4}$$

$$\text{所以 } a = 25 \pmod{100}$$

2. 如圖，有長方形道路 ABCD，甲、乙兩車分別從相距 30 公里的 A、B 兩地同時同速出發，順時針行駛，56 分鐘後乙到達 C 地，通知該地丙車立即向 D 地出發，同時乙車自己降速原路返回，返回 24 分鐘後與甲在 E 地迎面相遇，甲繼續行駛，又用 36 分鐘在 F 地追上丙，且乙降速返回的速度是丙的 2 倍，那麼 A、E、F 三點組成的三角形面積為\_\_\_\_\_平方公里。

<解析>

設丙速為 1，則乙降速後速度為 2

甲速為  $(24 \times 2 + 24 \times 1 + 36 \times 1) \div 36 = 3$  份，

甲速實際上為  $30 \div 24 \div (3 + 2) \times 3 = 0.75$  公里/分鐘。那麼

$BC = 56 \times 0.75 = 42$  公里， $EC = 24 \times 0.5 = 12$  公里，

$CF = (24 + 36) \times 0.25 = 15$  公里， $\triangle AEF$  的面積為  $(30 \times 42 -$

$30 \times 15) \div 2 = 405$  平方公里。

