



2019 第十五屆 IMC 國際數學交流活動(新加坡)
Fifteenth IMC International Mathematics Contest (Singapore)2019

國小五年級(決賽)試卷

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分 得分:_____

- ◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！
◎計算題需要在試題空白處列出運算過程；只寫答案沒有運算過程不予計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	B	A	A	A	C	B
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	48516	21345	120	9384	5.8	5.13	30	340

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

1. 計算： $9 \times 8 \times 7 \times (6-5) \times 4 + 3 + 2 - 1 =$ ()。
(A)0 (B)2019 (C)2020 (D)2021

<解析>

$$\text{原式} = 9 \times 8 \times 7 \times 4 + 4 = 504 \times 4 + 4 = 505 \times 4 = 2020$$

選C。

2. 一個數擴大3倍，結果比原數大36，那麼這個數縮小3倍，比原數小()。
(A)6 (B)12 (C)18 (D)24

<解析>

$$36 \div (3-1) = 18$$

$$18 - 18 \div 3 = 12$$

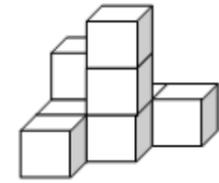
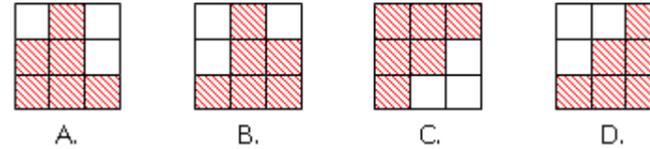
選B。

3. 最簡分數 $\frac{n}{2020}$ 化成混循環小數時，循環節為()。
(A)2位 (B)4位 (C)6位 (D)不確定

<解析>

$$\frac{n}{2020} = \frac{n}{2^2 \times 5 \times 101}, 101|9999, \text{所以循環節有4位, 選B。}$$

4. 右邊小正方體搭建的立體圖形的左視圖為()。



<解析>

根據左視圖，有左而右

積木高度為2個、3個、1個

選A。

5. 把2019化成八進制： $2019 =$ ()。

(A)3743₍₈₎ (B)3473₍₈₎ (C)1401₍₈₎ (D)1041₍₈₎

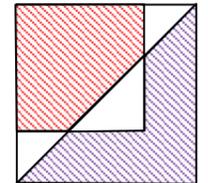
<解析>

$$2019 = 3 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 3 \times 8^0$$

$$\text{故 } 2019 = 3743_{(8)}$$

選A。

6. The figure shows small square (小正方形) placed (放在) a large square with its upper left area overlapping it (其左上角重合). It is known that the two shaded parts (陰影部分) have the same area (面積相等). How many times (幾倍) is the area of the large square bigger than that of the area of the small square?



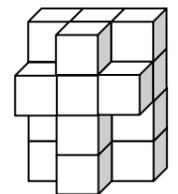
(A)1.5 times (B)1.8times (C)2 times (D)2.4 times

<解析>

都加上中間三角形的面積，得到小正方形面積是大正方形的一半。

選A。

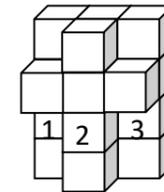
7. 如圖，用18個小正方體黏成這個立方圖形，取走一個小正方體，結果這個立方體圖形的表面積不變，這個小正方體的取法有()種。(A)1 (B)2 (C)3 (D)4



<解析>

去掉的小正方體用數字標記

有3種，選C。



8. 6人站成一排照相，其中甲、乙之間要恰好間隔2人，那麼共有()種不同的站法。(A)72 (B)144 (C)160 (D)288

<解析>

甲、乙中間選兩位放入， P_4^2

甲、乙可以互換位置， $2!$

剩下2個放四人隊伍的前面或後面， $3!$

共有 $= P_4^2 \times 2! \times 3! = 144$ ，選B。

二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. 計算: $1 \times 2 \times 3 + 3 \times 4 \times 5 + 5 \times 6 \times 7 + 7 \times 8 \times 9 + \dots + 23 \times 24 \times 25 =$ _____。

<解析>

$$\text{原式} = (2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + 24^3) - (2 + 4 + 6 + \dots + 24)$$

$$= 8 \times \frac{12^2 \times 13^2}{4} - 12 \times 13 = 48516$$

2. 右邊是一個五階聰明格，每行、每列都是1~5各一次，且某些粗線圍成區域的左上角有一個數和運算符號，該數表示該區域所有數做後面運算的結果，那麼第一行從左到右組成的五位數為_____。

<解析>

如圖填寫

由左而右為21345

2	1	300×	4	5
3	4	30×	5	1
4	3	5	1	2
5	13+	1	36×	4
1	5	4	2	3

		300×		
		30×		
13+		36×		

3. 有一棵蘋果樹，長了很多蘋果，每天自然脫落的蘋果數相同，如果每天摘20個，則5天可以摘完；如果每天摘26個蘋果，則4天可以摘完，那麼這棵蘋果樹上長了_____個蘋果。

<解析>

$$(26 \times 4 - 20 \times 5) \div (5 - 4) = (104 - 100) \div (5 - 4) = 4$$

$$20 \times 5 + 5 \times 4 = 120$$

4. 在右邊乘法數字謎的方框中填入適當數字，使得算式成立，那麼乘積最小為_____。

<解析>

乘積最小是 $102 \times 92 = 9384$

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{2} \\ \times \boxed{9} \boxed{2} \\ \hline \boxed{2} \boxed{0} \boxed{4} \\ \boxed{9} \boxed{1} \boxed{8} \\ \hline 9 \boxed{3} \boxed{8} \boxed{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ \times \square 2 \\ \hline \square 0 \square \\ \square 1 \square \\ \hline 9 \square \square \square \end{array}$$

5. 姐姐和妹妹到文具店購買文具，文具店進行"買三送一"活動，姐姐購買了14支圓珠筆和2本筆記本，共交費31.4元，妹妹購買了同樣的6支圓珠筆和6本筆記本，共交費29元，如果姐姐和妹妹一起購買，仍然得到同樣多的圓珠筆和筆記本，可以少交費_____元。

<解析>

設圓珠筆單價為x元，筆記本單價為y元

$$\begin{cases} 11x + 2y = 31.4 \\ 5x + 5y = 29 \end{cases}$$

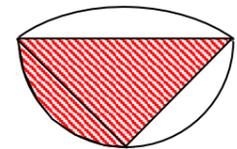
$$\rightarrow x = 2.2, y = 3.6$$

共需要20支圓珠筆，需要購買 $20 \div 4 \times 3 = 15$ 支

8本筆記本，需要購買 $8 \div 4 \times 3 = 6$ 本

$$31.4 + 29 - 15 \times 2.2 - 6 \times 3.6 = 5.8 \text{ 元}$$

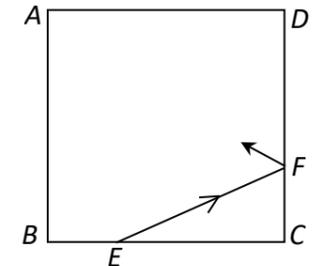
6. 如圖，一個等腰直角三角形的直角邊長為6公分，以其直角頂點為圓心，以直角邊為半徑做出一個扇形，又以斜邊為直徑做出一個半圓，那麼圖中兩個空白部分面積之差為_____平方公分。(π取3.14)



<解析>

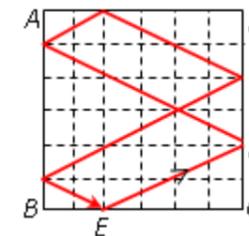
$$\text{加上陰影部分再求差 } 18\pi - (9\pi + 4.5\pi - 9) = 5.13$$

7. In the square ABCD as shown in the figure, points E and F are on the sides (邊) BC, CD respectively; and $BE:EC = CF:FD = 1:2$, $EF = 5$ cm. A small ball (球) moves from E along a straight line (沿著直線) toward (向) F. Every time the ball hits (碰到) a side of the square it then rebounds (反彈), and follow (遵循) the reflection of light (光線的反射) when rebounding. After several rebounding, when the ball returns (回到) to point E for the first time (第一次), it has already moved how many centimeters(公分)?



<解析>

如圖， $5 \times 6 = 30$ 公分。



8. 一個六位數只有2、0、1、9這四個數字組成(數字可以重複，也可以不全用)，相鄰數字互不相同，且0和1不能相鄰，這樣的六位數共有_____個。

<解析>

數字	十萬	萬	千	百	十	個
2	1	2	6	14	38	94
0	0	2	4	12	28	76
1	1	2	4	12	28	76
9	1	2	6	14	38	94

共 $(76+94) \times 2 = 340$ 個

三、計算題(每題 10 分，共 20 分)

1. 甲、乙兩人分別從 A、B 兩地同時出發，同向而行，甲速是乙速的 2 倍，結果在 C 地甲追上乙，如果甲每小時多行 2 公里，將會提前 1.5 小時在距離 C 地 6 公里 的地方追上乙，那麼 A、B 相距_____公里。

<解析>

乙速為 $6 \div 1.5 = 4$ ，甲速為 $4 \times 2 = 8$ ，路程差 $= 8 + 2 - 4 = 6$

A、B 兩地相距 $6 \div (6 - 4) = 18$ 公里。

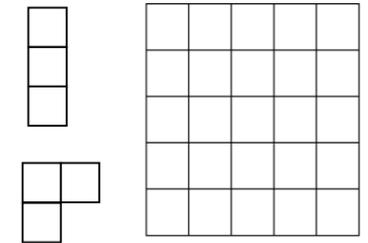
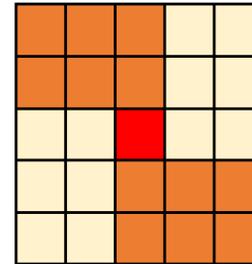
2. 右圖是一個 5×5 的方格表。

①用 8 個 1×3 的矩形和一個 1×1 的正方形能否完全覆蓋整個方格? 若能，請構造出一個覆蓋方法，若不能，請給出理由。

②用 7 個由三個小正方形組成的 L 形和 1 個 2×2 的正方形能否完全覆蓋整個方格? 若能，請構造出一個覆蓋方法，若不能，請給出理由。

<解析>

(1)可以，如圖所示



(2)不能，如圖，理由如下:

對圖進行染色，染出的黑格共有 9 個，每個 L 形最多蓋住 1 個黑格， 2×2 的正方形也最多蓋住 1 個黑格，從而 8 個圖形最多覆蓋住 8 個黑格，而圖中有 8 個黑格，所以不能完全覆蓋。

