



2020 第十六屆 IMC 國際數學交流活動(新加坡)  
Sixteenth IMC International Mathematics Contest (Singapore)2020

國小五年級(決賽)試卷

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分 得分: \_\_\_\_\_

◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！  
◎計算題需要在試題空白處列出運算過程；只寫答案沒有運算過程不予計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	A	A	C	A	A	C
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	$\frac{56}{113}$	34	72	414	19	289	55	4536

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

1. 計算:  $31.4 \times 28.3 + 3.14 \times 564 - 314 \times 3.47 = ( \quad )$ 。  
(A)157 (B)314 (C)628 (D)1570

<解析>

原式 =  $314 \times (2.83 + 5.64 - 3.47) = 314 \times 5 = 1570$ ，選D。

2. 雞兔同籠，雞的頭數比兔頭數的3倍少1隻，雞的腳數比兔的腳數多48隻，那麼雞有( )隻。(A)75 (B)74 (C)50 (D)25

<解析>

兔子 = a，雞 = 3a - 1

$2(3a - 1) = 4a + 48$

$6a - 2 = 4a + 48$

$2a = 50$ ，a = 25

雞 =  $3 \times 25 - 1 = 74$ ，選B。

3. 一個自然數除2020所得的商與餘數相同，那麼這個自然數最小是( )。  
(A)100 (B)101 (C)201 (D)202

<解析>

$2020 \div a = b \dots b$  且  $a > b$

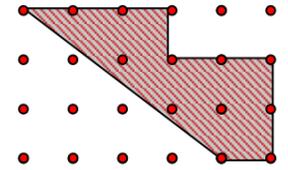
$ab + b = 2020 \rightarrow b(a + 1) = 2020$

$2020 = 1 \times 2020 = 2 \times 1010 = 4 \times 505 = 5 \times 404 = 10 \times 202 = 20 \times 101$

b = 20，a = 100

$2020 \div 100 = 20 \dots 20$ ，選A。

4. It is know that the distance (距離) between any two adjacent points (相鄰兩點) is 2 cm as show in the figure. What is the perimeter(周長) of the shaded figure (陰影圖形) in cm?  
(A)28 (B)20 (C)14 (D)10



<解析>

斜邊的長度:  $3^2 + 4^2 = 5^2$

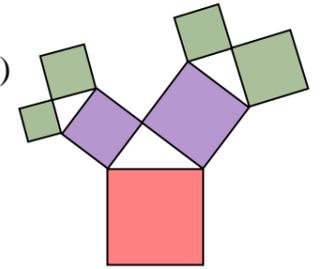
故周長 =  $(3 + 1 + 2 + 2 + 1 + 5) \times 2 = 14 \times 2 = 28$ ，選A。

5. 一個口袋中有黑棋子60枚，白棋子40枚，每次從中摸出兩枚棋子，如果摸到的棋子顏色相同，就放一枚白棋子回去；如果摸到的棋子顏色不同，就放一枚黑棋子回去，經過97次摸棋子後，剩下的棋子可能是( )。  
(A)黑黑黑黑 (B)黑黑黑 (C)黑黑白 (D)黑白白

<解析>

每次摸棋子，黑色棋子不減少，或是少偶數個，每次少1枚，剩下的3枚棋子中，黑棋子必須是偶數枚，選C。

6. 右圖是一個由正方形(陰影部分)和直角三角形(空白三角形)組成"勾股樹"。如果最大的正方形面積為6平方公分，那麼圖中所有正方形的面積之和為( )平方公分。  
(A)18 (B)15 (C)12 (D)10



<解析>

直角三角形  $a \times a + b \times b = c \times c$

左邊2個綠色正方形面積和 = 1個紫色小正方形面積

同理右邊2個綠色正方形面積和 = 1個紫色中正方形面積

2組紫色正方形之和 = 2個大正方形面積，加上原本的1個大正方形面積 = 3個大正方形面積

$6 \times 3 = 18$

選A。

7. 某次考試一位考生的准考證號為九位數"126030167"。其中第1、2位代表區縣，第3、4位代表學校，第5、6位表示考場，第7、8位表示座位，第9位是驗證碼，前八位數字之和被9去除，所得餘數作為驗證碼，這個准考證從驗證碼看，是錯誤的。若前八位數字正確，那麼驗證碼應該為( )。(A)1 (B)2 (C)3 (D)8

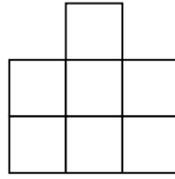
<解析>

$(1 + 2 + 6 + 0 + 3 + 0 + 1 + 6) \div 9 = 19 \div 9 = 2 \dots 1$

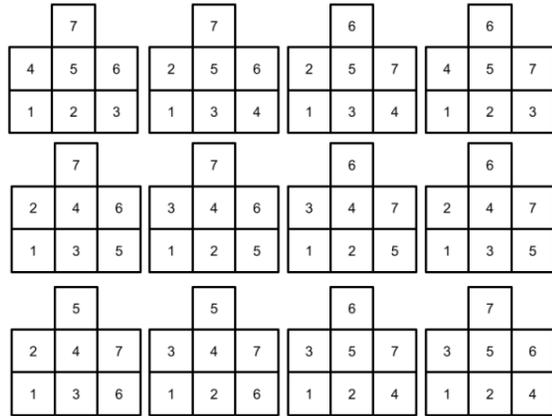
驗證碼應該是1

選A。

8. 把1~7這七個數字填入方格中，使得下面兩行都是從左至右依次增大，每列(2個或3個)從上到下依次增大，那麼共有( )不同的填法。(A)20 (B)15 (C)12 (D)10



<解析>



共12種，選C。

二、填充題(每題5分，共40分)

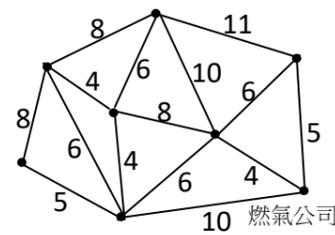
1. 計算： $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 9} + \frac{2}{9 \times 13} + \frac{3}{13 \times 19} + \frac{3}{19 \times 25} + \dots + \frac{7}{99 \times 106} + \frac{7}{106 \times 113} =$  \_\_\_\_\_。

<解析>

$$\text{原式} = \frac{1}{2} \times \left( \frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{4}{5 \times 9} + \frac{4}{9 \times 13} + \frac{6}{13 \times 19} + \frac{6}{19 \times 25} + \dots + \frac{14}{99 \times 106} + \frac{14}{106 \times 113} \right)$$

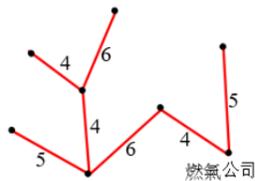
$$= \frac{1}{2} \times \left( 1 - \frac{1}{113} \right) = \frac{56}{113}$$

2. 某燃氣公司向圖中7棟大樓輸送燃氣，可以在圖中連線處鋪設管道，每條線段上標記的數表示修設管道費用，單位:萬元，燃氣管道不需要回路，把燃氣送達即可，那麼每棟樓都要燃氣送達，鋪設管道最少需要\_\_\_\_\_萬元。



<解析>

$$4+6+4+5+6+4+5=34(\text{萬元})$$



3. 一項工程，甲先單獨做2天，然後與乙合做10天，這樣能完成這項工程的 $\frac{1}{3}$ 。如果乙工效比甲工效快20%，那麼這項工程由甲單獨完成，需要\_\_\_\_\_天。

<解析>

$$\text{甲} \times 12 + \text{乙} \times 10 = \frac{1}{3}, \text{ 且 } \text{乙} = 1.2 \text{ 甲}$$

$$12 \text{ 甲} + 12 \text{ 甲} = \frac{1}{3}, \text{ 甲} = 72$$

4. 向含鹽5%的鹽水中，倒入含鹽8%的鹽水270克，同時加入6克鹽，混合後的鹽水含鹽量為7%，那麼含鹽5%的鹽水有\_\_\_\_\_克。

<解析>

假設5%鹽水x公克

$$0.05x + 0.08 \times 270 + 6 = 0.07 \times (270 + 6 + x)$$

$$0.05x + 21.6 + 6 = 18.9 + 0.42 + 0.07x$$

$$0.02x = 8.28$$

$$x = 414$$

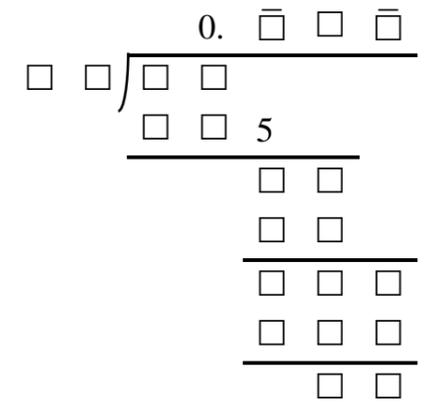
5. 右圖是商為循環小數的除法數字謎，當算式成立時，被除數最大為\_\_\_\_\_。

<解析>

$$999 = 1 \times 999 = 3 \times 333 = 9 \times 111 = 27 \times 37$$

$$\begin{array}{r} 0. \bar{5} 1 \bar{8} \\ 27 \overline{) 14} \\ \underline{13} \phantom{5} \\ 50 \\ \underline{23} \phantom{0} \\ 216 \\ \underline{14} \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0. \bar{5} 1 \bar{3} \\ 37 \overline{) 19} \\ \underline{18} \phantom{5} \\ 50 \\ \underline{37} \phantom{0} \\ 130 \\ \underline{111} \phantom{0} \\ 19 \phantom{0} \end{array}$$



被除數最大=19

6. 我們可以採用埃拉托斯特尼篩法自然數中"篩出"質數。

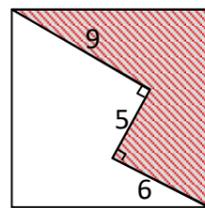
- ①劃掉1；
- ②劃掉2以外所有2的倍數；
- ③劃掉3以外所有3的倍數；
- ④劃掉5以外所有5的倍數；
- .....

如果採用以上方法篩出1~300之間的質數，那麼最後一個被劃掉的數是\_\_\_\_\_。

<解析>

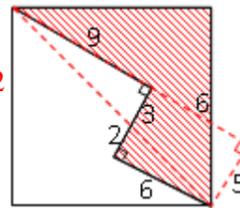
18×18=324>300，只要篩選2~17的質數  
最後篩選掉的數字=17×17=289

7. As shown in the figure, the lengths of (長度) the three-line segments (線段) inside (內部) the square (正方形) are 5, 6, and 9. It is know that the line segments of length 9 and 5 are perpendicular (垂直) to each other, and the line segments of length 6 and 5 are also perpendicular to each other. What is the area (面積), in square units, of the shaded region (陰影部分)?



<解析>

如圖，正方形的面積為 $(15^2+5^2)\div 2=125$ ，根據平行沙漏，把線段5分成3和2兩部分，所以陰影部分的面積為 $125\div 2+2\times 6\div 2-3\times 9\div 2=55$ 。



8. 一類非零數字組成的五位數，僅有最大的兩個數字相同且不相鄰，如35152, 63416等，那麼這類五位數共有\_\_\_\_\_個。

<解析>

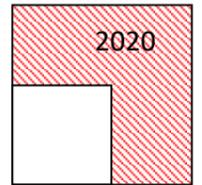
最大兩位數是9、9，有 $8\times 7\times 6\times 4\times 3\div 2=2016$   
 最大兩位數是8、8，有 $7\times 6\times 5\times 4\times 3\div 2=1260$   
 最大兩位數是7、7，有 $6\times 5\times 4\times 4\times 3\div 2=720$   
 最大兩位數是6、6，有 $5\times 4\times 3\times 4\times 3\div 2=360$   
 最大兩位數是5、5，有 $4\times 3\times 2\times 4\times 3\div 2=144$   
 最大兩位數是4、4，有 $3\times 2\times 1\times 4\times 3\div 2=36$   
 $2016+1260+720+360+144+36=4536$

### 三、計算題(每題 10 分，共 20 分)

1. 如圖，從一個邊長為整數公分的正方形一角，剪掉一個正方形，剩餘部分的面積為 2020 平方公分，這樣的正方形對應的剪法共有幾種？給出具體的正方形邊長及剪法。

<解析>

設大正方形的邊長=a，剪掉的正方形邊長=b  
 $a\times a-b\times b=2020$   
 $(a+b)(a-b)=2020=2\times 2\times 5\times 101$   
 $a=506, b=504$  或  $a=106, b=96$   
 有 2 種剪法



2. 如圖，甲、乙兩車分別從相距 30 公里的 A、B 兩地同時、同向、同速出發，52 分鐘後乙到達 C 地，通知該地丙車立即向 D 地出發，同時乙車自己降速原地返回，返回 24 分鐘後與甲迎面相遇。甲繼續行駛，又用 36 分鐘在 D 地追上丙，且乙降速返回的速度是丙速的 2 倍，那麼 A、D 兩地相距\_\_\_\_\_公里。

<解析>

設丙速為 1，則乙降速後速度為 2，  
 甲速為 $(24\times 2+24\times 1+36\times 1)\div 36=3$ 份，  
 甲速實際上為 $30\div 24\div (3+2)\times 3=0.75$ 公里/分鐘，  
 那麼  $AD=(52+24+36)\times 0.75=84$ 公里。

