

2022 第十八屆  國際數學競賽複賽(台灣)
2022 Eighteenth International Mathematics Contest (Taiwan)

國
小
六
年
級
試
卷

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分
《考試時間尚未開始請勿翻閱》

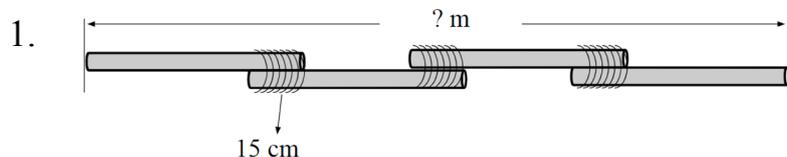
考生姓名：_____ 准考證號碼：_____ 試卷總分：_____

◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！

◎計算題需要在試題空白處列出運算過程；只寫答案沒有運算過程不計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答 案	B	D	C	A	B	D	C	A
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答 案	32	9	$\frac{1}{40000}$	150	146	3312	49	200

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)



每根木棍長 2 公尺，如圖方法網綁，4 根木棍共長多少公尺? (A)7.5 (B)7.55 (C)7.7 (D)7.85

<解析>

$$2 \times 4 = 8$$

$$15 \text{ 公分} = 0.15 \text{ 公尺}$$

共長 $8 - 0.15 \times 3 = 7.55$ 公尺，選 B。

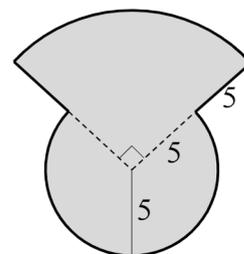
2. 求出右圖塗色部份的周長是多少? (A)49.02 (B)49.08 (C)49.12 (D)49.25

<解析>

$$5 \times 2 \times 3.14 \times \frac{270}{360} = 23.55$$

$$10 \times 2 \times 3.14 \times \frac{90}{360} = 15.7$$

周長 = $15.7 + 23.55 + 5 \times 2 = 49.25$ ，選 D。



3. 沿著鐵路旁，每隔 65 公尺有一根電桿，小芬坐火車從 37 號到 62 號電桿，共花了 1 分 15 秒，此時火車分速是多少公尺? (A)1225 (B)1250 (C)1300 (D)1320

<解析>

$$62 - 37 = 25$$

$$25 \times 65 = 1625$$

$$1625 \div \frac{75}{60} = 1625 \times \frac{60}{75} = 1300$$
，選 C。

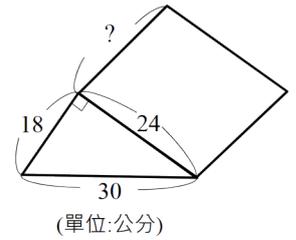
4. 右邊形體的表面積是 2232 平方公分，算出此柱體的高是多少公分? (A)25 (B)26 (C)27 (D)28

<解析>

$$18 \times 24 \div 2 \times 2 = 432$$

$$2232 - 432 = 1800$$

$$1800 \div (30 + 18 + 24) = 1800 \div 72 = 25, \text{ 選 A。}$$



5. Andy, Bob, and Cora play poker, and the ratio of the chips(籌碼) in the starting three is 1:2:3 in order. After some time, Cora lost 36 chips, and the three-person chip ratio was 3:4:5. After a while, the ratio of the three chips is 5:6:7, so how many chips did Cora lose?
(A)18 (B)12 (C)15 (D)21

<翻譯> Andy、Bob、Cora 三人玩撲克牌，開始三人的籌碼之比依序為 1:2:3。一段時間後，Cora 輸了 36 個籌碼，三人籌碼之比依序為 3:4:5。又過一段時間，三人籌碼之比依序為 5:6:7，那麼 Cora 又輸了幾個籌碼?

<解析>

Cora 一開始的籌碼比例: $\frac{3}{1+2+3} = \frac{3}{6}$

$$36 \div \left(\frac{3}{6} - \frac{5}{3+4+5} \right) = 36 \div \frac{1}{12} = 432$$

$$432 \times \frac{5}{3+4+5} = 180, \quad 432 \times \frac{7}{5+6+7} = 168$$

$$180 - 168 = 12, \text{ 選 B。}$$

6. From 1 to 300, how many natural numbers are coprime to 70? (A)100 (B)101 (C)102 (D)103

<翻譯> 在 1 至 300 之中，與 70 互質的自然數共有多少個?

<解析>

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$300 \div 2 = 150, \quad 300 \div 5 = 60, \quad 300 \div 7 = 42 \dots 6$$

$$300 \div 10 = 30, \quad 300 \div 14 = 21 \dots 6, \quad 300 \div 35 = 8 \dots 20$$

$$300 \div 70 = 4 \dots 20$$

$$150 + 60 + 42 - 30 - 21 - 8 + 4 = 197$$

$$300 - 197 = 103, \text{ 選 D。}$$

<另解>

$$1 \sim 300 \text{ 與 } 70 \text{ 互質有 } 300 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{7}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 96$$

$$281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290$$

$$291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, \text{ 共 } 7 \text{ 個}$$

$$96 + 7 = 103$$

7. 孫悟空在花果山採摘了一些桃子，第一天吃了一半；第二天吃了剩下的一半多 1 個；第三天吃了剩下的一半多 2 個；第四天吃了剩下的一半多 3 個；第五天吃了剩下的一半多 4 個，第六天吃完剩下的 5 個桃子，那麼孫悟空這次採摘了幾個桃子? (A)178 (B)224 (C)356 (D)380

<解析>

$$(5+4) \times 2 = 18$$

$$(18+3) \times 2 = 42$$

$$(42+2) \times 2 = 88$$

$$(88+1) \times 2 = 178$$

$$178 \times 2 = 356, \text{ 選 C。}$$

8. 如圖， \overline{AD} 、 \overline{BC} 相交於 E 點， \overline{BG} 是 $\triangle ABE$ 的外角平分線， \overline{DG} 是 $\triangle CDE$ 的內角平分線， $\angle A = 36^\circ$ ， $\angle C = 74^\circ$ ，那麼 $\angle BGD = ?$ (A) 145° (B) 110° (C) 135° (D) 150°

<解析>

\overline{BG} 是 $\triangle ABE$ 的外角平分線

$$\rightarrow \angle 3 = \angle 4$$

\overline{DG} 是 $\triangle CDE$ 的內角平分線

$$\rightarrow \angle 1 = \angle 2$$

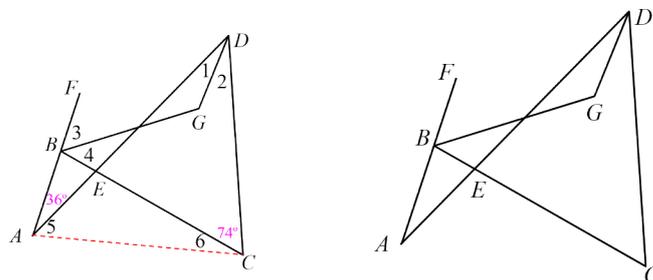
$$\textcircled{1} \angle 3 + \angle 4 = 36 + \angle 5 + \angle 6$$

$$2\angle 4 = 36 + \angle 5 + \angle 6 \rightarrow \angle 5 + \angle 6 = 2\angle 4 - 36$$

$$\textcircled{2} \angle 1 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 6 + 74 = 180$$

$$2\angle 2 + 2\angle 4 - 36 + 74 = 180, \quad 2\angle 2 + 2\angle 4 = 142, \quad \angle 2 + \angle 4 = 71$$

$$\text{則 } \angle BGD = \angle 2 + \angle 4 + \angle BCD = 71 + 74 = 145, \text{ 選 A。}$$



二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. 下面空白的圖形內應該有_____粒黑點。



<解析>

$$\text{第一個圖} = 2 \times 2 + 2 \times 4 = 12$$

$$\text{第二個圖} = 3 \times 3 + 3 \times 4 = 21$$

$$\text{第四個圖} = 5 \times 5 + 5 \times 4 = 45$$

$$\text{故第三個圖} = 4 \times 4 + 4 \times 4 = 32$$

7. The two reagent bottles A and B each contain an integer liter of the same preparation with different concentrations. If A and B are interchanged by 6 liters, then the concentration of the preparation in the two reagent bottles is the same, then the sum of the preparations in preparation bottles A and B is at most _____ liter.

<翻譯>甲、乙兩個試劑瓶中各裝有不同濃度的同種製劑整數升，如果甲、乙互換 6 升，那麼兩個試劑瓶中的製劑濃度相同，那麼甲、乙製劑瓶的製劑之和最多有_____升。

<解析>

設甲製劑有 x 升，乙製劑有 y 升，且 $x > y$

$$(x-6):6=6:(y-6)$$

$$(x-6)(y-6)=36 \text{ 且 } 36=1 \times 36=2 \times 18=3 \times 12=4 \times 9$$

$$(x, y)=(7, 42)、(8, 24)、(9, 18)、(10, 15)$$

$$x+y \text{ 最多}=7+42=49$$

8. 把一些水放入甲、乙、丙三個蓄水池，如果甲、乙灌滿，則丙蓄水池只能蓄水 $\frac{1}{2}$ ，如果乙、丙灌滿，則甲蓄水池只能蓄水 $\frac{2}{3}$ ，如果丙、甲灌滿，則乙蓄水池只能蓄水 $\frac{3}{4}$ ，如果甲水池比乙水池蓄水量少 100 立方公尺，那麼丙蓄水池的容量為_____立方公尺。

<解析>

三個蓄水池的總蓄水量不變，需要蓄水的水量固定，而蓄水池總空餘量也相同

$$\text{甲、乙、丙蓄水量之比} = \frac{1}{1-\frac{2}{3}} : \frac{1}{1-\frac{3}{4}} : \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 3:4:2$$

丙蓄水量為 $100 \div (4-3) \times 2 = 200$ 立方公尺

三、計算題(10 分/10 分，共 20 分) ※未寫計算過程不予計分

1. 甲、乙兩地相距 26 公里，以時速 4 公里步行，每走 1 小時休息 3 分鐘，走完全程共需多少時間？裕德上午 10 時 38 分從甲地出發，到達乙地的時間為何？

<解析>

$$(1) 26 \div 4 = 6.5 \text{ 時} = 6 \text{ 時 } 30 \text{ 分}$$

$$3 \times 6 = 18$$

$$6 \text{ 時 } 30 \text{ 分} + 18 \text{ 分} = 6 \text{ 時 } 48 \text{ 分}$$

$$(2) 10 \text{ 時 } 38 \text{ 分} + 6 \text{ 時 } 48 \text{ 分} = 17 \text{ 時 } 26 \text{ 分} = \text{下午 } 5 \text{ 時 } 26 \text{ 分}$$

2. 某交通道路安裝有超速監控儀，以檢測對面開來的汽車是否超速。此路段限速 72 公里/時，超速立即啟動設備獲取車輛信息，如果監控儀每隔 0.9 秒發出兩次超聲波信號，那麼接收到的兩次反射超聲波時間間隔小於多少秒，就立即抓拍超速汽車？(假設超聲波速度 340 公尺/秒)

<解析>

$$72 \text{ 公里/時} = 1200 \text{ 公尺/分} = 20 \text{ 公尺/秒}$$

$$\text{發射第一次超聲波: } (340-20) \times 0.9$$

$$\text{發射第二次超聲波: } (340+20) \times x, (340-20) \times 0.9 = (340+20) \times x \rightarrow x = 0.8 \text{ 秒}$$